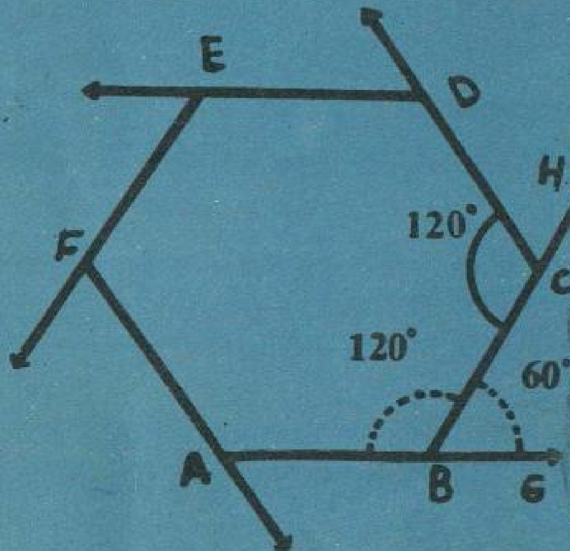
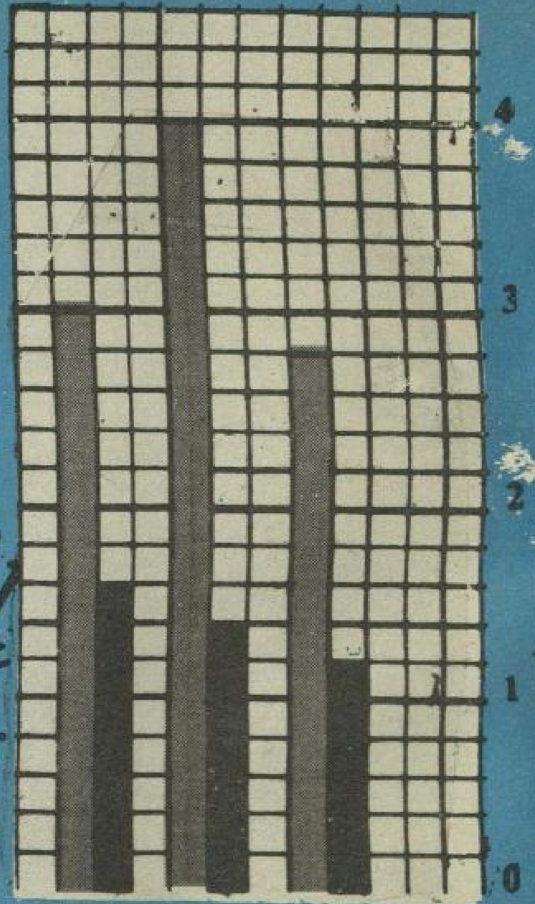
7

ریاضی

برائے جماعت ہفتم







بلوچستان ٹیکسٹ بک بورڈ ۰ کوئٹہ

بسم اللہ الرحمٰن الرحیم

عزیز طلباء

بلوچستان ٹیکسٹ بک بورڈ طلباء کے لئے درسی کتب کی تیاری پر معمور ہے۔ بورڈ اس سلسلے میں نامور ماہرین تعلیم کی خدمات سے استفادہ کرتا ہے جو شب و روز کی عرق ریزی کے بعد کتابوں کو آخری شکل دیتے ہیں۔ اگرچہ کتابوں کے مواد اور معیار کو بہتر بنانے کے لئے ہم مسلسل کوششیں کر رہے ہیں، اس کے باوجود بھی بہتری کی گنجائش برقرار رہتی ہے، غلطیوں کے امکانات کو رد نہیں کیا جاسکتا۔ اس پس منظر میں طلباء اساتذہ کرام اور والدین سے گزارش ہے کہ وہ ہماری رہنمائی فرمائیں تاکہ ان کتب کے معیار کو مزید بہتر بنایا جاسکے۔

پروفیسر ڈاکٹر شعیب اللہ خان
چیئرمین
بلوچستان ٹیکسٹ بک بورڈ کوئٹہ
فون: ۸۵۰۱۶۳

ریاضی

برائے جماعت ہفتم





پبلشرز: فہد پبلشنگ کمپنی آرچر روڈ کوئٹہ
برائے
بلوچستان ٹیکسٹ بک بورڈ۔ کوئٹہ

تیار کردہ بلوچستان ٹیکسٹ بک بورڈ، کوئٹہ و منظور شدہ محکمہ تعلیم حکومت بلوچستان، کوئٹہ
برائے مدارس صوبہ بلوچستان
بمطابق نوٹیفیکیشن نمبر 2-1/79-E-OSD مورخہ 22-12-86
نظر ثانی شدہ نیشنل ریویو کمیٹی، وفاقی وزارت تعلیم، حکومتِ پاکستان

مُصنّفین:

پروفیسر عزیز احمد لودھی

پروفیسر وحید اِقبال

مِس ثروت اِسماعیل

مُدیر : مِس ثروت اِسماعیل

نگرانِ طباعت ظفر اقبال خان

بسم اللہ الرحمن الرحیم

فہرست مضامین

اِکائیاں

لمبائی	وزن	مائع کا حجم
10 ملی میٹر = 1 سینٹی میٹر	10 ملی گرام = 1 سینٹی گرام	10 ملی لٹر = 1 سینٹی لٹر
10 سینٹی میٹر = 1 ڈیسی میٹر	10 سینٹی گرام = 1 ڈیسی گرام	10 سینٹی لٹر = 1 ڈیسی لٹر
10 ڈیسی میٹر = 1 میٹر	10 ڈیسی گرام = 1 گرام	10 ڈیسی لٹر = 1 لٹر
10 میٹر = 1 ڈیکا میٹر	10 گرام = 1 ڈیکا گرام	
10 ڈیکا میٹر = 1 ہیکٹو میٹر	10 ڈیکا گرام = 1 ہیکٹو گرام	
10 ہیکٹو میٹر = 1 کلو میٹر	10 ہیکٹو گرام = 1 کلو گرام	

رقبہ	حجم اور گنجائش
1 مربع سینٹی میٹر = 100 مربع ملی میٹر	1 مکعب میٹر = 1000.000 مکعب سینٹی میٹر
1 مربع ڈیسی میٹر = 10 مربع سینٹی میٹر	1 مکعب میٹر = 999.972 لٹرز (تقریباً 1000 لٹرز)
1 مربع میٹر = 100 ڈیسی میٹر	1 لٹر = 1000.028 مکعب سم (تقریباً 1000 مکعب سم)
(10.000 مربع سم)	

ضروری اِطلاع برائے اساتذہ / طلباء

وزارتِ تعلیم حکومتِ پاکستان کی ہدایت کے مطابق کتاب ہذا میں حسابی جملوں / عبارات کو بائیں سے دائیں لکھا گیا ہے۔ لہٰذا اساتذہ کرام سے گزارش ہے کہ وہ پڑھاتے / لکھتے وقت بائیں سے دائیں لکھیں پڑھیں

شکریہ

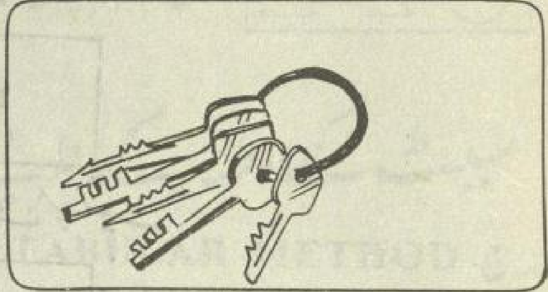
بلوچستان ٹیکسٹ بک بورڈ

باب 1

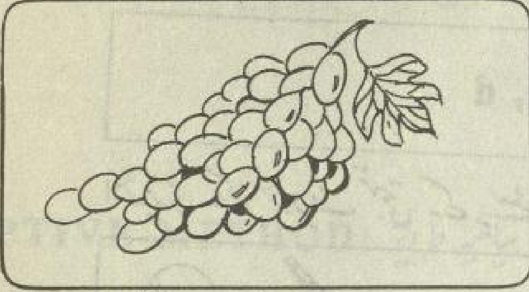
سیٹ کا تصوّر

CONCEPT OF A SET

مندرجہ ذیل تصاویر پر غور کریں۔



(1) چابیوں کا گچھّا



(2) انگوروں کا گچھّا



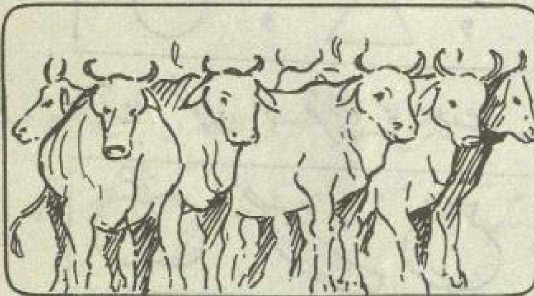
(3) کنبہ یا خاندان



(4) نمازیوں کی جماعت



(5) کھلاڑیوں کی ٹیم



(6) مویشیوں کا گلہ

اُوپر دی گئی تصاویر اجتماعات کو ظاہر کر رہی ہیں۔ لیکن ہر اجتماع کے لیے مختلف نام ہیں۔ مثلاً گچھّا، کُنبہ، جماعت، ٹیم اور گلہ۔ یعنی روز مرّہ بول چال میں مختلف اجتماعات کے لیے مختلف نام استعمال ہوتے ہیں۔ جبکہ ریاضی میں ہر غیر مبہم "اجتماع" کے لیے ایک ہی لفظ یا نام "سیٹ" استعمال ہوتا ہے۔

اِن تصاویر میں دی گئی چیزیں ایک سیٹ بناتی ہیں۔ مثلاً چابیوں کا سیٹ ، انگوروں کا سیٹ ، افراد کا سیٹ ، نمازیوں کا سیٹ ، کھلاڑیوں کا سیٹ اور مویشیوں کا سیٹ۔

پس "چند چیزوں کے غیر مبہم اجتماع کو سیٹ کہتے ہیں"۔

جن چیزوں سے سیٹ بنتا ہے ان کو سیٹ کے ممبر یا رُکن کہتے ہیں۔ مثلاً چابیوں کے سیٹ میں تصویر میں دی گئی ہر چابی چابیوں کے سیٹ کی ممبر ہے۔

اب ہم سیٹ کی چند اور مثالیں لیتے ہیں :

a, b, c, d

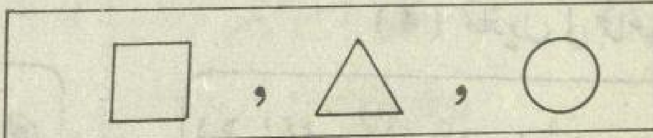
انگریزی کے حروفِ تہجّی کے پہلے چار حرُوف کا سیٹ



گیند ، ہاکی اور بلّے کا سیٹ

1, 2, 3

گنتی کے پہلے تین اعداد کا سیٹ



دائرہ ، تکون اور مُربّع کا سیٹ



سیب ، کیلا ، انار اور ناشپاتی کا سیٹ



بچّہ ، ہاکی اور سیب کا سیٹ

دی گئی مثالوں سے معلوم ہُوا کہ "سیٹ" ایک جیسی چیزوں کا بھی ہو سکتا ہے اور مختلف چیزوں کا بھی۔

سیٹ کو لکھنے کے طریقے :

دی گئی تمام مثالوں میں ہم نے سیٹ کے ممبران کو ایک چوکھٹے کے اندر دکھایا ہے۔ سیٹ کو ظاہر کرنے کا ایک اور طریقہ بھی ہے۔ یعنی چوکھٹے کی بجائے سیٹ کو درمیانے خطوط وحدانی سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔ مثلاً

□ △ ○ اس کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔ { □ , △ , ○ }

سیٹ کے اظہار کے طریقے :

1 - طریقہ اندراج TABULAR METHOD   2 - بیانیہ طریقہ DESCRIPTIVE METHOD

طریقہ اندراج :

جیسا کہ نام سے ظاہر ہے درج کرنے کا طریقہ۔ مثلاً

1 - { a, b, c, d }

2 - { ا ، ب ، پ ، ت }

3 - { ہفتہ ، اتوار ، سوموار ، منگل ، بدھ ، جمعرات ، جمعہ }

4 - { 1, 2, 3 , 4, 5 }

اوپر دی گئی مثالیں طریقہ اندراج کی ہیں۔

طریقہ اندراج میں سیٹ کے تمام ارکان دو درمیانے خطوط وحدانی میں لکھ دیے جاتے ہیں اور ان کے درمیان " ، " لگایا جاتا ہے۔ ممبروں میں تکرار نہیں ہوتا یعنی کوئی ممبر بھی بار بار نہیں لکھا جا سکتا۔ ہر ممبر صرف ایک دفعہ لکھا جاتا ہے۔

طریقہ بیانیہ: طریقہ اندراج میں دی گئی مثالوں کو ہم اگر الفاظ میں بیان کریں تو وہ یوں ہوں گی۔

1 - انگریزی کے پہلے چار حروفِ تہجی کا سیٹ

2 - اردو کے پہلے چار حروفِ تہجی کا سیٹ

3 - ہفتے کے تمام دِنوں کے ناموں کا سیٹ

4 - گنتی کے پہلے پانچ اعداد کا سیٹ

"بیانیہ طریقے میں ایک ایسا فقرہ لکھ دیا جاتا ہے جس سے سیٹ کے تمام ارکان ظاہر ہوتے ہیں۔"

مشق 1.1

(1) مندرجہ ذیل سیٹوں کو طریقہ اندراج میں ظاہر کریں۔

(i) پاکستان کے جھنڈے میں استعمال ہونے والے رنگوں کا سیٹ

(ii) اپنے چار دوستوں کے ناموں کا سیٹ

(iii) بلوچستان کے تین شہروں کا سیٹ

(iv) ہفتے کے دِنوں کے ناموں کا سیٹ

(v) موسم گرما کے پانچ پھلوں کا سیٹ

(vi) شمسی سال کے مہینوں کے ناموں کا سیٹ جو حرف "م" سے شروع ہوتے ہیں۔

(vii) 9 سے چھوٹے مثبت طاق اعداد کا سیٹ

(viii) پہلے چار مثبت جفت اعداد کا سیت

(ix) پہلے پانچ مفرد اعداد کا سیٹ

(x) پاکستان کے تمام صُوبوں کا سیٹ

(2) مندرجہ ذیل سیٹوں کو بیانیہ طریقے میں ظاہر کریں۔

(i) $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$

(ii) {جنوری ، جون ، جولائی}

(iii) {ا ، ب ، پ ، ت ، ث}

(iv) $\{a, b, c, d\}$

(v) {کوئٹہ ، سبی ، نوشکی}

(3) مندرجہ ذیل فقرات میں سے اجتماع کے معنی رکھنے والے الفاظ چُنیے۔

(i) آپ چھٹی جماعت کے طالب علم ہیں۔

(ii) چابیوں کا گچھا میز پر رکھا ہے۔
(iii) آپ کے سکول کی ہاکی ٹیم بہت اچھی ہے۔
(iv) سفید موتیوں کا ہار بہت خوبصورت ہے۔
(v) درختوں کے جُھنڈ کے نیچے مویشیوں کا ریوڑ ہے۔

(4) مندرجہ ذیل سیٹوں کے ممبران کی تعداد بتائیں۔

(i) {1, 2, 3, 4}
(ii) {ا ، ب ، پ}
(iii) {□, □, △, □}
(iv) {%, ×, −, +}
(v) {اسلم ، اکرم ، حمید ، مجید ، جمیل}

سیٹ کے نام :

عام طور پر ہم سیٹوں کو انگریزی کے بڑے حروف A, B, C, D وغیرہ سے ظاہر کرتے ہیں۔ مثلاً

$A = \{1, 2, 3\}$

سیٹ A گنتی کے پہلے تین اعداد پر مشتمل ہے۔

$B = \{a, b, c, d\}$

یہاں a, b, c, d پر مشتمل سیٹ کا نام B ہے۔

اگر ہم کہنا چاہیں کہ 3 سیٹ A کا ممبر ہے تو ہم علامتی طور پر اُسے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$3 \in A$

اسی طرح $a \in B$ کا مطلب ہے کہ a ممبر ہے (یا رکن ہے) سیٹ B کا۔

4 سیٹ A کا ممبر نہیں۔ اِسے علامتی طور پر یُوں لکھیں گے۔

$4 \notin A$

متناہی اور غیر متناہی سیٹ : (FINITE AND INFINITE SETS)

$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5 \ldots 200\}$

سیٹ C کے ممبران کی تعداد چھ ہے اور سیٹ D کے ممبران کی تعداد 201 ہے۔ یعنی دونوں سیٹوں کے ممبران کی تعداد محدُود ہے ۔ اس طرح کے سیٹوں کو متناہی سیٹ کہتے ہیں۔

$A = \{1, 2, 3, 4, 5 \ldots\ldots\}$

B = تمام مفرد اعداد کا سیٹ

$C = \{1, 3, 5, 7, 9 \ldots\ldots\}$

سیٹ A ، B اور C کے ممبران کی تعداد لا محدُود ہے اس لیئے یہ غیر متناہی سیٹ کہلاتے ہیں۔

"پس ایسے سیٹ جن کے ممبران کی تعداد محدُود ہو انہیں متناہی سیٹ اور جن کے ممبران کی تعداد لامحدُود ہو ، انہیں غیر متناہی سیٹ کہلاتے ہیں ۔"

ایک سے ایک کی مطابقت (ONE. ONE CORRESPONDENCE)

مثال 1 :

A = { اسلم ، نسیمہ }

B = { گیند ، گڑیا }

(1) اگر اسلم گیند لے تو نسیمہ گڑیا لے گی

(2) اگر اسلم گڑیا لے تو نسیمہ گیند لے گی

یعنی اگر ہم سیٹ A اور سیٹ B کے ارکان کے جوڑے بنانا چاہیں تو وہ یوں بنیں گے۔

پہلی صُورت :

A = { اسلم ، نسیمہ }

↕ ↕

B = { گیند ، گڑیا }

یا

A = { اسلم ، نسیمہ }

(اسلم ↔ گڑیا ، نسیمہ ↔ گیند)

B = { گیند ، گڑیا }

نوٹ : " ↔ " یہ علامت جوڑے بنانے کے لیے استعمال کی جاتی ہے۔

پہلی صُورت میں اسلم ⟷ گیند ، نسیمہ ⟷ گڑیا

سیٹ A اور سیٹ B کے ارکان کے مکمل جوڑے بن گئے۔ اب یعنی جوڑے بنانے کے بعد نہ سیٹ A میں کوئی رُکن باقی بچا نہ سیٹ B میں۔

دُوسری صُورت میں اسلم ⟷ گڑیا ، نسیمہ ⟷ گیند

اس صورت میں بھی سیٹ A اور سیٹ B کے مکمل جوڑے بن جاتے ہیں۔ جوڑے بنانے کے بعد نہ سیٹ A میں کوئی ممبر باقی رہتا ہے نہ سیٹ B میں۔

پس ہم نے سیٹ A اور سیٹ B کے ارکان کے درمیان ایک ایک (1 – 1) کی مطابقت قائم کر دی۔

مثال 2 :

$$B = \{a, b, c\}$$

$$C = \{1, 2, 3\}$$

اب ہم سیٹ B اور سیٹ C کے ارکان کے جوڑے بناتے ہیں۔

پہلی صورت : $a \leftrightarrow 1 \quad b \leftrightarrow 2 \quad c \leftrightarrow 3$

یعنی

$$B = \{a, b, c\}$$

$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$

$$C \quad \{1, 2, 3\}$$

ہم نے دیکھا کہ دونوں سیٹوں کے مکمل جوڑے بن گئے اور دونوں سیٹوں میں کوئی رکن باقی نہیں بچا اور ہر رکن صرف ایک دفعہ اِستعمال کیا گیا۔

دُوسری صُورت : $a \longleftrightarrow 2$ ‘ $b \longleftrightarrow 3$ ‘ $c \longleftrightarrow 1$

اس صورت میں بھی پورے جوڑے بن گئے اور دونوں سیٹوں میں کوئی رُکن باقی نہیں بچا اور ہر رُکن صرف ایک بار اِستعمال ہُوا۔

تیسری صُورت : $a \longleftrightarrow 3$ ‘ $b \longleftrightarrow 2$ ‘ $c \longleftrightarrow 1$

اس صورت میں بھی پورے جوڑے بن کر کوئی رُکن باقی نہیں بچا اور ہر رُکن صرف ایک بار استعمال ہوا۔

اِسی طرح اور جوڑے بھی بن سکتے ہیں اور ہر صورت میں جوڑے بنانے کے بعد دونوں سیٹوں میں کوئی رکن باقی نہیں رہے گا اور ہر رکن صرف ایک بار استعمال ہو گا۔

پس معلوم ہُوا کہ سیٹ B اور سیٹ C میں ایک ایک کی مُطابقت ہے۔

مثال 3: کیا $A = \{1, 2, 3\}$ اور $B = \{l, m, n, o\}$ میں
"1 - 1 مطابقت" قائم کی جا سکتی ہے۔

حل:

$$A = \{1, 2, 3\}$$
$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$
$$B = \{l, m, n, o\}$$

ہم اگر مندرجہ بالا طریقے یا کسی بھی طریقے سے مطابقت قائم کرتے ہیں تو سیٹ B کے ایک ممبر کے لیے A کا کوئی رکن موجود نہیں لہٰذا سیٹ A اور B میں "1 - 1 مطابقت" قائم نہیں کی جا سکتی۔

مترادف سیٹ : (EQUIVALENT SETS)

"ایسے سیٹ جن میں (1-1) مطابقت قائم کی جا سکے مترادف سیٹ کہلاتے ہیں۔"

مثلاً

$A = \{ 1, 2, 3 \}$

$B = \{ 4, 5, 6 \}$ اور

$C = \{ a, b, c, d, \}$

$D = \{ 1, 2, 3, 4 \}$

A اور B مترادف سیٹ ہیں اور اسی طرح C اور D بھی مترادف سیٹ ہیں۔

غیر مترادف سیٹ : (NON - EQUIVALENT SETS)

"ایسے سیٹ جن کے ارکان میں (1-1) کی مطابقت قائم نہ کی جا سکے غیر مترادف سیٹ کہلاتے ہیں۔"

مثلاً

$G = \{ a, b, c \}$

$H = \{ 1, 2 \}$

سیٹ G اور سیٹ H غیر مترادف سیٹ ہیں۔ کیوں کہ ان کے ارکان میں ایک ایک کی مطابقت قائم نہیں ہو سکتی۔ ان کے اگر جوڑے بنائے جائیں تو یُوں بنیں گے $1 \leftrightarrow a$ ، $b \leftrightarrow 2$
اب سیٹ G کا ایک رُکن c بچ جائے گا۔

اِسی طرح

$J = \{ a, b, c, d \}$

$K = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

بھی غیر مترادف سیٹ ہیں۔

نوٹ : اگر سیٹ متناہی ہوں تو اُن سیٹوں میں (1 - 1) مطابقت قائم ہو سکتی ہے جن کے ارکان کی تعداد مساوی ہو۔

مشق 1.2

(1) اگر $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

تو مندرجہ ذیل بیانات میں سے کون سے بیانات درست اور کون سے غلط ہیں۔

(i) $1 \in A$ (ii) $4 \notin A$

(iii) $2 \in A$ (iv) $4 \in A$

(v) $3 \in B$ (vi) $4 \in B$

(vii) $7 \notin B$ (viii) $5 \notin A$

(ix) $6 \in B$ (x) $5 \in B$

(2) نیچے دیے گئے سیٹوں میں سے متناہی سیٹ چنیے۔

(i) $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

(ii) $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, - - -\}$

(iii) قدرتی اعداد کا سیٹ

(iv) طاق اعداد کا سیٹ

(v) $E = \{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, - - -\}$

(3) سوال 2 میں دیے گئے سیٹوں میں سے غیر متناہی سیٹ چنیے۔

(4) نیچے دیے گئے سیٹوں میں سے کون سے مترادف اور کون سے غیر مترادف ہیں۔

(i) $A = \{1, 2, 3, 4,\}$ $B = \{a, b, c, d\}$

(ii) $C = \{\bigcirc, \triangle, \square\}$ $G = \{a, b, c\}$

(iii) $G = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $C = \{a, b, c, d\}$

(iv) $H = \{6, 10, 12\}$ $T = \{4, 8\}$

(v) $S = \{n, a, k\}$ $T = \{l, m, n\}$

(5) دیے گئے سیٹوں کے جوڑوں میں سے کون سے جوڑے ایسے ہیں جن میں (1 - 1) مطابقت قائم کی جاسکتی ہے۔

(i) $L = \{a, b, c\}$ $M = \{+, -, \times\}$

(ii) S = {5, 10, 15}　　K = {2, 4, 6, 8}

(iii) H = {▭ , ○ , □, △}　J = {a, b, c, d}

(iv) A = {1, 3, 5, 7}　　B = {2, 4, 6, 7}

(v) L = {نسیم ، شمیم}　　M = {قلم ، دوات}

سیٹوں کی یونین : (UNION OF SETS)

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1 :

A = {نسیم ، شمیم ، فہیم}

B = {جمیل ، منیر}

C = {نعیم ، شمیم ، فہیم ، جمیل ، منیر}

سیٹ C سیٹ A اور سیٹ B کے ارکان پر مشتمل ہے۔

اسے علامتی طور پر A U B لکھیں گے یہاں " U " یونین کی علامت ہے۔

مثال 2 :

B = {نسیمہ ، حمیدہ ، طاہرہ}

T = {نسیمہ ، فوزیہ ، رضیہ}

H = {نسیمہ ، حمیدہ ، طاہرہ ، فوزیہ ، رضیہ}

سیٹ H کے ارکان سیٹ B کے ارکان یا سیٹ T یا دونوں کے مشترک ارکان پر مشتمل ہیں۔ یہاں نسیمہ دونوں سیٹوں B اور T کا مشترک ممبر ہے۔ حمیدہ اور طاہرہ سیٹ B کے ممبر ہیں۔ فوزیہ اور رضیہ سیٹ T کے ممبر ہیں۔

اسے علامتی طور پر

B U T = {نسیمہ ، حمیدہ ، طاہرہ ، فوزیہ ، رضیہ}

رکھ سکتے ہیں۔

مثال 3 :

L = { a ، b ، c }

M = { b ، c }

K = { a ، b ، c }

یہاں بھی سیٹ k سیٹ L یا سیٹ M کے ارکان پر مشتمل ہے کیونکہ b اور

c دونوں سیٹوں کے مشترک ممبر ہیں اور a سیٹ L کا ممبر ہے۔
نوٹ : سیٹ کے ارکان میں تکرار نہیں ہوتا یعنی ایک رُکن کو بار بار نہیں لکھا جا سکتا۔
یہاں سیٹ K کو ہم LUM سے ظاہر کر سکتے ہیں اور علامتی طور پر

LUM = {a, b, c}

لکھ سکتے ہیں۔
پس " معلوم ہُوا کہ دو سیٹوں کا یُونین ایک ایسا سیٹ ہوتا ہے جو مشتمل ہوتا ہے ایسے تمام ارکان پر جو ایک سیٹ میں ہوں یا دُوسرے میں "
یونین کی چند اور مثالیں :

مثال 4 : اگر A = { 1, 2, 3, 4, 5 }
اور B = { 6, 7 }
تو (AUB) معلوم کریں۔

حل : A = { 1, 2, 3, 4, 5 }
B = { 6, 7 }
A U B = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 }

مثال 5 : اگر L = { 1, 2, 3,4 } M = {7, 5, 3, 2}
تو LUM معلوم کریں۔

حل : L = { 1, 2, 3, 4 }
M = { 7, 5 3 2 }
L U M = { 1, 2, 3, 4, 5,7 }

وضاحت : یہاں 2 و 3 دونوں سیٹوں کے مشترک ممبر ہیں 4, 1 سیٹ L کے رکن اور 7, 5 سیٹ M کے رُکن ہیں۔ یعنی یہ سیٹ مشتمل ہے ایسے ارکان پر جو سیٹ L ، سیٹ M یا سیٹ L اور M کے مشترک ممبر ہوں۔

مثال 6 : اگر B = { 1, 2, 3 } اور C = { 3, 2 }
تو BUC معلوم کریں۔

B = {1, 2, 3,}

C = {2, 3}

B ∪ C = {1, 2, 3}

وضاحت : 3, 2 دونوں سیٹوں کے مشترک ممبر ہیں اور 1 سیٹ B کا ممبر ہے۔

سیٹوں کا تقاطع : (INTERSECTION OF SETS)

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1 :

A = {رفعت ، فرحت ، نصرت}

B = {رفعت ، نصرت}

C = {نصرت}

سیٹ C مشتمل ہے ایسے ارکان پر جو سیٹ A اور سیٹ B دونوں میں ہیں۔ یعنی سیٹ C ، سیٹ A اور سیٹ B دونوں کے مشترک ممبران پر مشتمل ہے۔

اِسے علامتی طور پر یُوں لکھ سکتے ہیں۔

A ∩ B = {نصرت}

∩ علامت تقاطع یا انٹرسیکشن کے لیے اِستعمال ہوتی ہے A∩B کو پڑھتے ہیں۔

A انٹرسیکشن B

مثال 2 :

L = {ممتاز ، حمیدہ ، سلیمہ}

M = {فہمیدہ ، حمیدہ ، سلیمہ}

N = {حمیدہ ، سلیمہ}

یہاں بھی سیٹ N سیٹ L اور سیٹ M دونوں کے مشترک ممبران پر مشتمل ہے۔

اور علامتی طور پر اسے یوں لکھیں گے۔

L ∩ M = {حمیدہ ، سلیمہ}

پس

" دو سیٹوں کا تقاطع ایک ایسا سیٹ ہوتا ہے جو مشتمل ہوتا ہے ایسے ارکان پر جو دونوں سیٹوں میں مشترک ہوں۔"

چند مزید مثالیں :

مثال 3 :اگر $C = \{1, 2, 3, 4\}$ $D = \{3, 4, 5, 6\}$
تو $C \cap D$ معلوم کریں۔

حل :
$C = \{1, 2, 3, 4\}$
$D = \{3, 4, 5, 6\}$
$C \cap D = \{3, 4\}$

مثال 4 : $T = \{1, 2\}$ $S = \{1, 2, 5, 7\}$
تو $S \cap T$ معلوم کریں۔

حل :
$S = \{1. 2, 5, 7\}$
$T = \{1, 2\}$
$S \cap T = \{1, 2\}$

مثال 5 : $V = \{8, 9, 10\}$ $U = \{5, 6, 7\}$
تو $U \cap V$ معلوم کریں۔

حل :
$U = \{5, 6, 7\}$
$V = \{8, 9, 10\}$
$U \cap V = \{\ \}$

وضاحت : سیٹ U اور سیٹ V میں کوئی رُکن مشترک نہیں۔ پس U اور V کا تقاطع ایک ایسا سیٹ ہوگا جس میں کوئی ممبر نہیں۔ ایسے سیٹ کو خالی سیٹ کہتے ہیں۔
اِسے یوں لکھتے ہیں۔ $\{\ \}$ یا ϕ

دو سیٹوں کا فرق : (DIFFERENCE OF TWO SETS)

مثال 1 :
$L = \{1, 2, 3\}$
$M = \{3, 4, 5\}$
$L - M = \{1, 2\}$

سیٹ L-M سیٹ L کے ایسے تمام ارکان پر مشتمل ہے جو سیٹ M کے ممبر نہیں۔
اسے علامتی طور پر یُوں لکھیں گے $L - M = \{1, 2,\}$

مثال 2

$J = \{4, 5, 6\}$

$H = \{4, 5\}$

$J - H = \{6\}$

یہاں سیٹ J–H مشتمل ہے سیٹ J کے ایسے تمام ارکان پر جو سیٹ H کے ممبر نہیں۔

مثال 3 :

$A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{4, 5, 6\}$

$A - B = \{1, 2, 3\}$

سیٹ A-B، مشتمل ہے ایسے تمام ارکان پر جو سیٹ A کے تو ممبر ہوں لیکن سیٹ B کے ممبر نہیں۔ اسے ہم علامتی طور پر یُوں لکھیں گے

$A - B = \{1, 2, 3\}$

پس دو سیٹوں کا فرق ایک ایسا سیٹ ہوتا ہے جس کے ممبران مشتمل ہوتے ہیں ایسے تمام ارکان پر جو پہلے سیٹ کے تو ممبر ہوں لیکن دوسرے سیٹ کے ممبر نہ ہوں۔

مثال 4 : اگر $A = \{a, b, c,\}$ $B = \{c, d, e\}$

تو $A - B$ ، $B - A$ معلوم کریں۔

حل :

$A = \{a, b, c\}$

$B = \{c, d, e\}$

$A - B = \{a, b\}$

$B - A = \{d, e\}$

مثال 5 : اگر $J = \{1, 2, 3,\}$ $K = \{1, 2\}$

تو $J - k$ اور $K - J$ معلوم کریں۔

حل :

$J = \{1, 2, 3\}$

$K = \{1, 2\}$

$J - k = \{3\}$

$k - J = \{\ \}$

وضاحت : $J - K = \{3\}$ یہاں 3 سیٹ J کا ممبر ہے لیکن سیٹ K کا ممبر نہیں۔

$k - J = \{\ \}$ کیونکہ سیٹ K کا کوئی ایسا ممبر نہیں جو J میں نہ ہو۔

مثال 6 : $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{4, 5, 6\}$

کا $B - C$ اور $C - B$ معلوم کریں۔

حل :

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$C = \{4, 5, 6\}$$

$$B - C = \{1, 2, 3\}$$

$$C - B = \{4, 5, 6\}$$

خالی سیٹ اور خالی سیٹ کی علامت (EMPTY SETS)

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1 : اگر

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{5, 6, 7\}$$

$$A \cap B = \{\ \}$$

مثال 2 : اگر

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A - B = \{\ \}$$

مثال (1) میں A اور B کے تقاطع سے جو سیٹ حاصل ہوا، اس میں کوئی رکن نہیں۔

اسی طرح مثال (2) میں A اور B کے فرق یعنی $A - B$ سے حاصل ہونے والے سیٹ میں بھی کوئی رکن نہیں۔

پس " ایسا سیٹ جس میں کوئی رکن نہ ہو خالی سیٹ کہلاتا ہے "

خالی سیٹ کو علامتی طور پر " ϕ " سے ظاہر کرتے ہیں۔

خالی سیٹ کے لیے "$\{\ \}$" یہ علامت بھی استعمال ہوتی ہے۔ جیسا کہ ہم مثالوں میں دیکھ چکے ہیں۔

مثال 3 :

$$A = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{0, 4, 5\}$$

$$A \cap B = \{0\}$$

A اور B کے تقاطع سے حاصل ہونے والا سیٹ { 0 } ہے۔ یہ خالی سیٹ نہیں۔ کیونکہ اس سیٹ میں ایک رکن ہے جو "0" ہے۔

پس $\{\ \} \neq \{0\}$

یا $\phi \neq \{0\}$

مشق 1.3

1 - دیے گئے سیٹوں میں $A \cup B$ معلوم کریں۔

(i) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $B = \{2, 4, 6, 8\}$

(ii) $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ، $B = \{2, 4, 8\}$

(iii) $A = \{+, -\}$ ، $B = \{\times, \div\}$

(iv) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $B = \{1, 2\}$

(v) A = { اتوار، سوموار، منگل، بدھ } ، B = { جمعرات ، جمعہ ، ہفتہ }

(vi) $A = \{a, b, c\}$ ، $B = \{a, d, e, f\}$

(vii) $A = \{a, b, c, d\}$ ، $B = \{e, f, g\}$

(viii) $A = \{a, b, c\}$ ، $B = \{a, b\}$

(ix) $A = \{1, 3, 5, 7, 11, 13\}$ ، $B = \{3, 5, 15, 17\}$

(x) $A = \{2, 5, 7, 8\}$ ، $B = \{1, 3, 5\}$

2 - مندرجہ ذیل کے لیے تقاطع (انٹرسیکشن) معلوم کریں۔

(i) $A = \{1, 2, 3,\}$, $B = \{3, 4, 5\}$

(ii) $L = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M = \{6, 7, 8\}$

(iii) $C = \{a, b, c\}$, $D = \{a, b\}$

(iv) $S = \{\bigcirc, \triangle, \square\}$, $T = \{\square, \bigcirc\}$

(v) $A = \{a, b, c, d, e\}$ ، $B = \{a, b\}$

3 - مندرجہ ذیل سیٹوں میں $A - B$ معلوم کریں۔

(i) $A = \{1, 2, 3\}$ ، $B = \{2, 4, 6\}$

(ii) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ، $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

(iii) $A = \{a, b, c\}$ ، $B = \{b, c\}$

(iv) $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ، $B = \{6, 8\}$

(v) $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ، $B = \{7, 9, 11\}$

4 - مندرجہ ذیل سیٹوں میں $M - L$ معلوم کریں۔

(i) $M = \{2, 4, 6\}$ ، $L = \{1, 2, 3\}$

(ii) $M = \{2, 3, 4\}$ ، $L = \{1, 0, 2\}$

(iii) $M = \{5, 6, 7\}$ ، $L = \{1, 2, 3, 4\}$

(iv) $M = \{5, 7\}$ ، $L = \{1, 5, 7\}$

5 - اگر $C = \{1, 2, 7, 9\}$ ، $D = \{7, 9, 10\}$
ہو تو مندرجہ ذیل معلوم کریں۔

(i) $C \cap D$

(ii) $C \cup D$

(iii) $C - D$

(iv) $D - C$

یونیورسل سیٹ (کائناتی سیٹ) (UNIVERSAL SET)

یونیورسل یا کائناتی سیٹ ایک ایسا سیٹ ہوتا ہے۔ جس میں کسی زیرِ بحث مسئلہ سے تعلق رکھنے والے سیٹ سے تمام ارکان شامل ہوتے ہیں۔ اسے عام طور پر علامت " U " سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثلاً اگر ہم کوئٹہ کے تمام طالب علموں کے بارے میں سروے کرنا چاہیں تو اِس صُورت میں یونیوسل سیٹ ہو گا۔

U = { کوئٹہ کے تمام طالب علم }

اور اگر مسئلہ کا تعلق پاکستان کے تمام طالب علموں سے ہو تو یونیورسل سیٹ یُوں ہو گا۔

U = { پاکستان کے تمام طالب علم }

اسی طرح اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

یا اگر $U = \{1, 2, 3, \ldots 999, 1000\}$

ہو تو یہاں مسئلہ کا تعلق پہلے صرف دس "10" قدرتی اعداد اور پھر ہزار "1000" قدرتی اعداد سے ہے۔

سیٹ کا کمپلیمنٹ : (COMPLEMENT OF SET)

ہم دو سیٹوں کا فرق معلوم کرنا جانتے ہیں۔ یہاں

اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

اور $A = \{1, 2, 3\}$

$U - A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

کائناتی سیٹ اور سیٹ A کے فرق کو سیٹ A کا کمپلیمنٹ کہتے ہیں اور علامتی طور پر A' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

یعنی $A' = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

کمپلیمنٹ سیٹ کی چند مزید مثالیں

مثال 1 :

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

$B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$

$B' = U - B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

مثال 2 :

$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$C = \{2, 3, 5\}$

$C' = \{7, 11, 13, 17, 19\}$

مثال 3 :

$U = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

$S = \{a, b\}$

$S' = \{c, d, e, f, g\}$

مثال 4

$U = \{1, 2, 3, 4\}$

$A = \{\ \}$

$A' = \{1, 2, 3, 4\}$

مشق 1.4

1 اگر $A = \{1, 2, 3\}$ ، $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\ 10\}$
ہو تو A' معلوم کریں۔

2 - اگر $B = \{d\}$ ، $U = \{a, b, c, d\}$
تو B' معلوم کریں۔

3 - اگر $T = \{0, 2, 3\}$ ، $U = \{0, 1, 2, \cdots\cdots 10\}$
تو T' معلوم کریں۔

4 - اگر $L = \{a, b, c\}$ ، $U = \{a, b, c, d, e, f\}$
تو L' معلوم کریں۔

5 - اگر $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
تو M' معلوم کریں۔

6 - اگر $A = \{1, 2, 3,\}$ ، $U = \{1, 2, 3, 4, 5\ \ldots 19, 20\}$
تو A' معلوم کریں۔

7 - اگر B = { □, △, ○ } ، U = { ⬚, ▱, ▭, □, △, ○ }
تو B' معلوم کریں۔

8 - اگر $T = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ، $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
تو T' معلوم کریں۔

9 - اگر $C = \{\ \ \}$ ، $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$
تو C' معلوم کریں۔

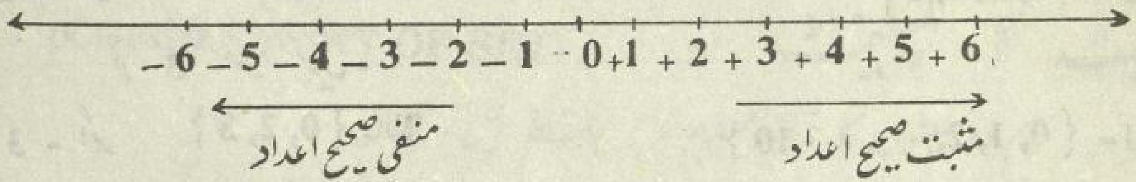
10 - اگر $x = \{l, p, q\}$ ، $U = \{l, m, n, o, p, q\}$
تو x' معلوم کریں۔

باب 2

سمتی اعداد کی جمع و تفریق

ADDITION AND SUBTRACTION OF DIRECTED NUMBERS

چھٹی جماعت میں ہم سمتی اعداد کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ اعادہ کے لیے دیے ہوئے عددی خط پر غور کریں۔



عددی خط پر "0" سے دائیں طرف مثبت صحیح اعداد (+1, +2, +3 .....) اور سے بائیں طرف منفی صحیح اعداد (-1, -2, -3 .....) ہیں۔

اگر انھیں سیٹ کے طریقے سے لکھا جائے تو

مثبت صحیح اعداد کا سیٹ ہے

$= \{ +1, +2, +3, \ldots\ldots\ldots \}$

منفی صحیح اعداد کا سیٹ ہے

$= \{ -1, -2, -3, \ldots\ldots\ldots \}$

صحیح اعداد کا سیٹ ہے

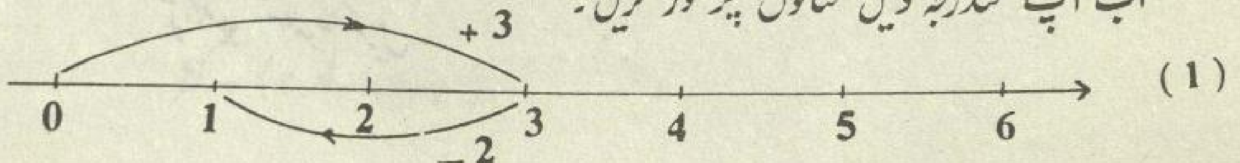
$= \{ \ldots\ldots -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots\ldots \}$

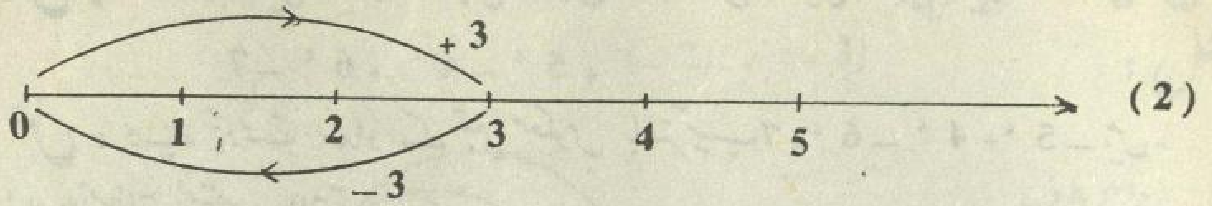
نوٹ: صحیح اعداد کے سیٹ میں 0 شامل ہے۔ یعنی "0" صحیح اعداد کے سیٹ کا ممبر ہے۔

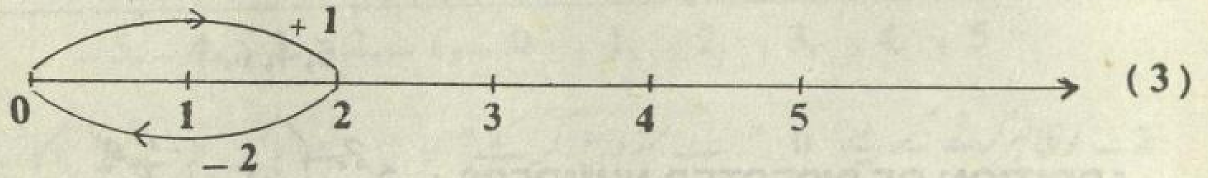
جمعی معکوس : ADDITIVE INVERSE

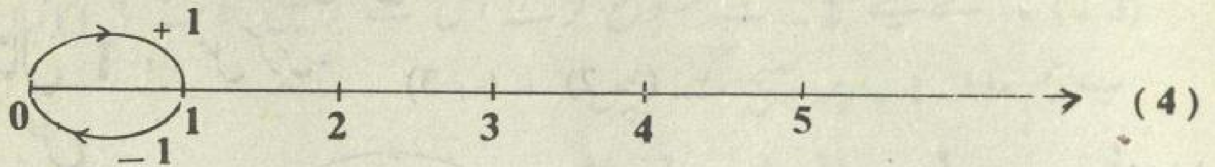
آپ نے تیسری جماعت میں عددی شعاع پر قدرتی اعداد کی جمع اور تفریق سیکھی تھی۔ اب آپ مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

(1)









ان مثالوں سے پتہ چلا کہ "1 +" اور "1 –" 2 + اور "2 –" "3 +" اور 3 –"
نیرہ کا حاصل جمع " 0 " ہے یعنی

$$1 + (-1) = 0$$

$$2 + (-2) = 0$$

$$3 + (-3) = 0$$

پس " 1 " اور "1 – " ، "2 " ، " 2 – " اور " 3 " ، "3 – " ایک دوسرے کے
جمعی معکوس ہیں۔

ABSOLUTE VALUES OF NUMBERS : اعداد کی مطلق قیمت

(1) مثبت اعداد کی مطلق قیمت مثبت ہوتی ہے۔ مثلاً 4 + کی مطلق قیمت 4 ہے۔ اسے
علامتی طور پر $|+4| = 4$ لکھتے ہیں۔

(2) منفی اعداد کی مطلق بھی مثبت ہوتی ہے۔ مثلاً 4 – کی مطلق قیمت 4 ہے۔
یعنی $|-4| = 4$

(3) صفر کی مطلق قیمت صفر ہوتی ہے۔

نوٹ : اگر دو صحیح اعداد کا مجموعہ " 0 " ہو تو وہ ایک دوسرے کے جمعی معکوس
ہوتے ہیں۔

مثال 1: مندرجہ ذیل اعداد کے جمعی معکوس اور مطلق قیمتیں معلوم کریں۔

+5 ، −4 ، +6 ، −7

حل: دیے ہوئے اعداد کے جمعی معکوس بالترتیب 7+ ، 6− ، 4+ ، 5− ہیں۔
مطلق قیمتیں بالترتیب ہیں۔

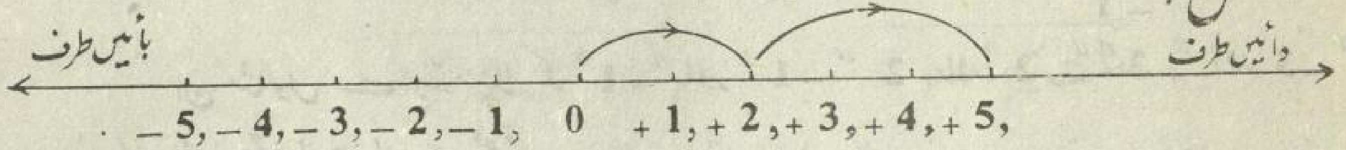
5, 4, 6, 7

سمتی اعداد کی جمع ADDITION OF DIRECTED NUMBERS :

مثال 1 : حل کریں۔

(+2) + (+3)

حل :



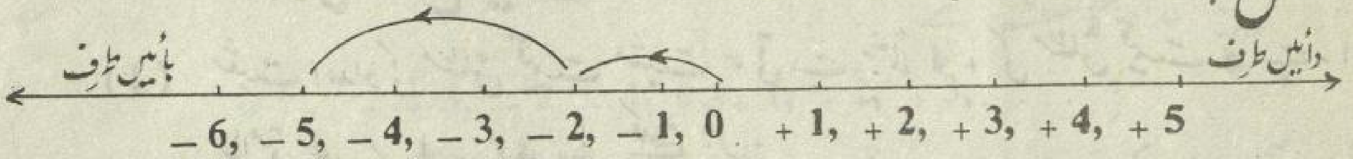
2+ کو ظاہر کرنے کے لیے "0" سے شروع کر کے "0" کے دائیں طرف 2 اکائیاں لیں۔
پھر (3+) + کے لیے اسی سمت میں یعنی دائیں طرف 2+ سے شروع کر کے 3 اکائیاں اور لیں۔ اب ہم عدد 5+ پر پہنچ گئے۔
پس

(+2) + (+3) = +5

مثال 2 : حل کریں۔

(−2) + (−3)

حل :



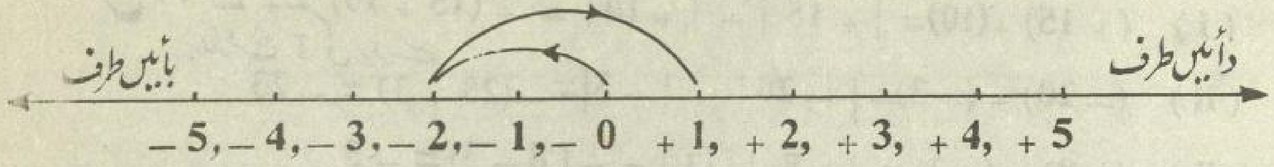
2− کو ظاہر کرنے کے لیے "0" سے شروع کر کے "0" کے بائیں طرف 2 اکائیاں لیں۔
پھر (3−) + کے لیے اسی سمت میں یعنی بائیں طرف 2− سے شروع کر کے 3 اکائیاں اور لیں۔ اب ہم عدد 5− پر پہنچ گئے۔
پس

(−2) + (−3) = −5

مثال 3 : حل کریں۔

$(-2) + (+3)$

حل :



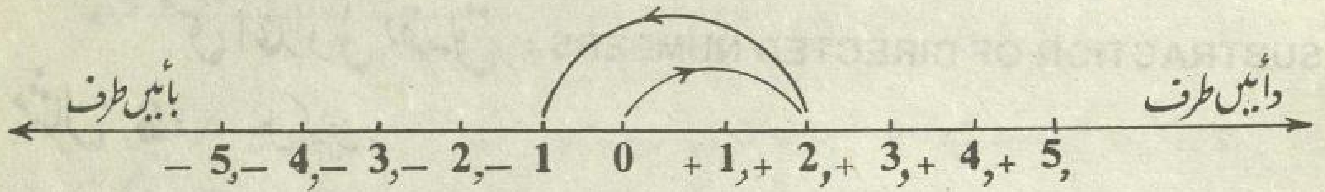
2– کو ظاہر کرنے کے لیے "0" سے شروع کر کے "0" کے بائیں طرف 2 اکائیاں لیں۔
(3+) + کے لیے 2– سے شروع کر کے اس کے دائیں طرف 3 اکائیاں لیں۔
اب ہم عدد 1+ پر پہنچ گئے۔ پس

$(-2) + (+3) = +1$

مثال 4 : حل کریں۔

$(+2) + (-3)$

حل :



2+ کو ظاہر کرنے کے لیے "0" سے شروع کر کے "0" کے دائیں طرف 2 اکائیاں لیں۔
اور (3–) + کے لیے اب 2+ سے شروع کر کے اس کے بائیں طرف 3 اکائیاں لیں۔ اس طرح ہم عدد 1– تک پہنچ گئے۔ پس

$(+2) + (-3) = -1$

مثال نمبر 1 اور 2 سے معلوم ہُوا کہ

(1) اگر دونوں اعداد مثبت ہوں یا منفی ہوں تو ان کا حاصل جمع ان دونوں اعداد کی مطلق قیمتوں کا مجموعہ ہوتا ہے اور علامت ان اعداد کی مشترک علامت ہوتی ہے۔

مثال نمبر 3 اور 4 سے معلوم ہُوا کہ

(2) اگر ایک عدد مثبت اور دُوسرا منفی ہو تو ان کا حاصل جمع ان دونوں اعداد کی مطلق قیمتوں کا فرق ہوتا ہے اور اس کی علامت زیادہ مطلق قیمت والے عدد کی ہوتی ہے۔

مثال 5 : مندرجہ ذیل کا حاصل جمع معلوم کریں۔

(i) $+15, +10$ (ii) $-20, -3$ (iii) $-8, +3$, (iv) $+7, -3$

حل :

(i) $(+15) + (10) = |+15| + |+10| = +(15+10) = +25$

رزلٹ I کی رو سے

(ii) $(-20) + (-3) = |-20| + |-3| = -(20+3) = -23$

(iii) $(-8) + (+3) = |-8| + |3| = -(8-3) = -5$

رزلٹ II کی رو سے

(iv) $(+7) + (-3) = |+7| + |-3| = +(7-3) = +4$

مختصراً اِن مثالوں کو ہم یوں کر سکتے ہیں۔

(i) $(+15) + (+10) = +15 + 10 = +25$

(ii) $(-20) + (-3) = -20 - 3 = -23$

(iii) $(-8) + (+3) = -8 + 3 = -5$

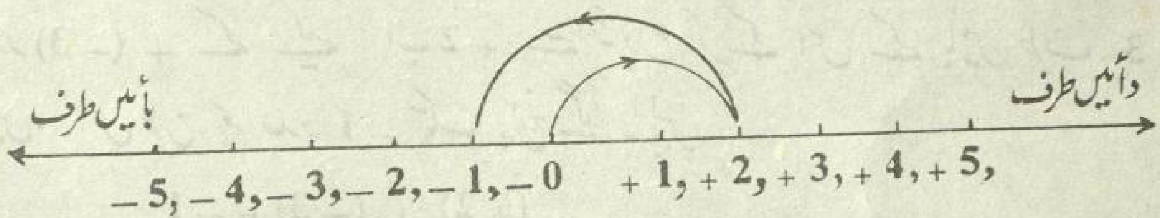
(iv) $(+7) + (-3) = +7 - 3 = +4$

سمتی اعداد کی تفریق : SUBTRACTION OF DIRECTED NUMBERS

مثال 6 : حل کریں۔

$(+2) - (+3)$

حل :



2 + کو ظاہر کرنے کے لیے " 0 " سے شروع کر کے " 0 " کے دائیں طرف 2 اکائیاں لیں۔ (3 +)- کا مطلب ہے 3 + کا جمعی معکوس یعنی 3 - اب 2 + سے شروع کر کے اس کے بائیں طرف (یعنی مخالف سمت میں) 3 اکائیاں لیں۔ اس طرح ہم اب عدد 1 - پر پہنچ گئے۔

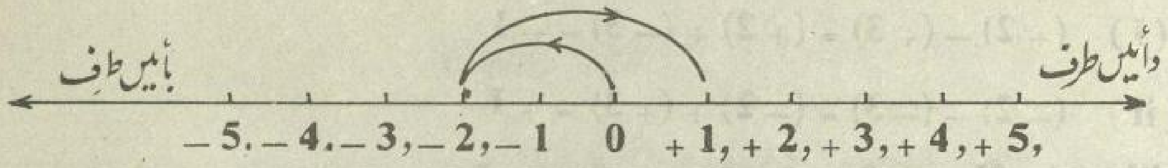
پس

$(+2) - (+3) = -1$

مثال 7 : حل کریں۔

$(-2) - (-3)$

حل :



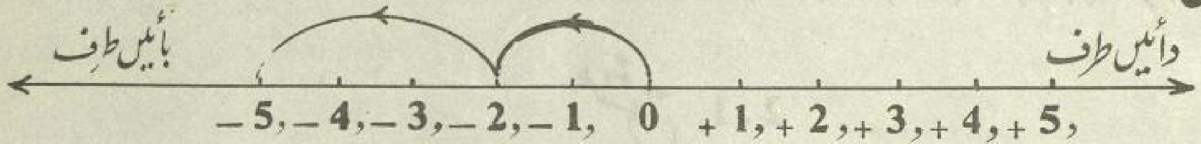
2 - کو ظاہر کرنے کے لیے "0" سے شروع کر کے "0" کے بائیں طرف 2 اکائیاں لیں اور (3 -) - کا مطلب ہے 3 - کا جمعی معکوس جو کہ 3 + ہے۔ اِس لیے 2 - سے شروع کر کے اس دائیں طرف 3 اکائیاں لیں۔ اس طرح ہم عدد 1 + تک پہنچ گئے۔ پس

$(-2) - (-3) = +1$

مثال 8 : حل کریں۔

$(-2) - (+3)$

حل :



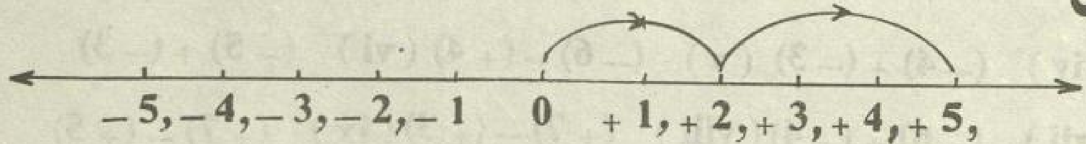
2 - کو ظاہر کرنے کے لیے "0" سے شروع کر کے "0" کے بائیں طرف 2 اکائیاں لیں اور (3 +) - کا مطلب ہے 3 + کا جمعی معکوس یعنی 3 - اس لیے 2 - سے شروع کر کے اسی سمت یعنی بائیں طرف 3 اکائیاں اور لیں اس طرح ہم عدد 5 - تک پہنچ گئے۔ پس

$(-2) - (+3) = -5$

مثال 9 : حل کریں۔

$(+2) - (-3)$

حل :



2 + کو ظاہر کرنے کے لیے "0" سے شروع کر کے "0" کے دائیں طرف 2 اکائیاں لیں ر (3 -) - کا مطلب ہے (3 -) کا جمعی معکوس جو کہ 3 + ہے۔ پس 2 سے شروع کر کے اسی سمت یعنی دائیں طرف 3 اکائیاں اور لیں۔ اس طرح ہم عدد 5 + تک پہنچ گئے پس

$(+2) - (-3) = -5$

$2 + 3 = 5$

آپ جانتے ہیں " تفریق " جمع کا معکوس عمل ہے۔
دی گئی مثالوں کو مختصراً یوں بھی حل کر سکتے ہیں۔

(i) $(+2)-(+3)=(+2)+(-3)=-1$

(ii) $(-2)-(-3)=(-2)+(+3)=+1$

(iii) $(-2)-(+3)=(-2)+(-3)=-5$

(iv) $(-2)-(-3)=(-2)+(+3)=+1$

یا

(i) $(+2)-(+3)=+2-3=-1$

(ii) $(-2)-(-3)=-2+3=+1$

(iii) $(-2)-(+3)=-2-3=-5$

(iv) $(+2)-(-3)=+2+3=+5$

مشق 2.1

1۔ مندرجہ ذیل کو عددی خط پر ظاہر کریں۔

(i) $(+2)+(+1)$ (ii) $(-1)+(-3)$ (iii) $(-3)+(+1)$

(iv) $(+4)+(-1)$ (v) $(+2)-(+1)$ (vi) $(-4)-(-2)$

(vii) $(-5)-(-2)$ (viii) $(-1)-(-1)$

2۔ مندرجہ ذیل کو حل کریں۔

(i) $(+5)+(-4)$ (ii) $(-5)-(-4)$ (iii) $(-6)+(+2)$

(iv) $(-4)+(-3)$ (v) $(-6)-(+4)$ (vi) $(-5)+(-3)$

(vii) $(-6)+(+4)$ (viii) $(+7)-(+3)$ (ix) $(+7)-(+5)$

3۔ مندرجہ ذیل کا جمعی معکوس معلوم کریں۔

(i) $(+4)$ (ii) (-5) (iii) (-8)

4 - کیا $(3-)$ کا جمعی معکوس $(3-)$ ہے؟

5 - کیا $(8+)$ کا جمعی معکوس $(8+)$ ہے؟

باب 3

کسور

FRACTIONS

کسورِ عام
COMMON FRACTIONS

آپ کسورِ عام اور اِن کی جمع ، تفریق ، ضرب اور تقسیم کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔
اب آپ کسورِ عام کے متعلق مزید سوالات حل کریں گے ۔

مثال 1 : $\frac{2}{3}+\frac{7}{6}\times\frac{1}{12}$ کو حل کریں ۔

حل :

$\frac{2}{3}+\frac{7}{6}\times\frac{1}{12}$

$=\frac{2}{3}+\frac{7}{72}$ (ضرب کا عمل کرنے سے)

$=\frac{48+7}{72}$ (جمع کا عمل کرنے سے)

$=\frac{55}{72}$

مثال 2 : $2\frac{3}{4}\div\frac{1}{2}+\frac{8}{9}$ کو حل کریں۔

حل :-

$2\frac{3}{4}\div\frac{1}{2}+\frac{8}{9}$

$=\frac{11}{4}\div\frac{1}{2}+\frac{8}{9}$ (غیر واجب کسور میں تحویل کرنے سے)

$=\frac{11}{4}\times\frac{2}{1}+\frac{8}{9}$

$=\frac{11}{2}+\frac{8}{9}$

$=\frac{99+16}{18}=\frac{115}{18}=6\frac{7}{18}$

نوٹ : کسورِ عام کے سوالات کو حل کرتے وقت پہلے تقسیم کا عمل پھر ضرب کا پھر تفریق اور جمع کا عمل کیا جاتا ہے ۔

مثال 3 : $12\frac{5}{6} - \frac{28}{3} \div 2\frac{5}{8}$ کو مختصر کریں۔

حل : $= \frac{77}{6} - \frac{28}{3} \div \frac{21}{8}$

$$= \frac{77}{6} - \frac{\overset{4}{\cancel{28}}}{3} \times \frac{8}{\underset{3}{\cancel{21}}} = \frac{77}{6} - \frac{32}{9} = \frac{231 - 64}{18} = \frac{167}{18} = 9\frac{5}{18}$$

مثال 4 : $\frac{3}{4}$ کا 8 گنا معلوم کریں۔

حل : $\frac{3}{4}$ کا 8 گنا

$$= \frac{3}{\cancel{4}} \times \overset{2}{\cancel{8}} = 6$$

مثال 5 : $\frac{3}{4}$ کو تین برابر حصّوں میں تقسیم کریں۔

حل : 3 برابر حصّے $= \frac{3}{4}$

1 حصّہ $= \frac{3}{4} \div 3$

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

مثال 6 : رفیق کی ایک سال کی آمدنی 12720 روپے ہو تو 3 ماہ کی آمدنی معلوم کریں۔

حل : رفیق کی ایک سال کی آمدنی = 12720 روپے

یعنی رفیق کی 12 ماہ کی آمدنی = 12720 روپے

1 ماہ کی آمدنی $= 12720 \div 12$

3 ماہ کی آمدنی $= \frac{\overset{3180}{\cancel{12720}}}{\underset{4}{\cancel{12}}} \times \overset{1}{\cancel{3}}$

= 3180 روپے

مثال 7 : حمید نے ایک کمرہ بنوایا۔ جس کی لمبائی $5\frac{1}{3}$ میٹر اور چوڑائی $3\frac{3}{4}$ میٹر ہے۔ وہ اس کی چھت پر شیشہ لگوانا چاہتا ہے۔ کُل کتنے مربع میٹر شیشہ لگے گا؟

حل : کمرے کی لمبائی = $5\frac{1}{3}$ میٹر

کمرے کی چوڑائی = $3\frac{3}{4}$ میٹر

کمرے کی چھت کا رقبہ = کمرے کی لمبائی × کمرے کی چوڑائی (مربع اکائیاں)

$= \frac{15}{4} \times \frac{16}{3}$ میٹر

= 20 مُربع میٹر

20 مُربع میٹر شیشہ درکار ہے۔

مثال 8 : رفیق کو کل جائیداد کا $\frac{3}{5}$ ملا۔ اگر اُسے 25000 روپے ملے ہوں تو کُل جائیداد معلوم کریں۔

حل : فرض کریں کُل جائیداد = x روپے

رفیق کا حصّہ = x کا $\frac{3}{5}$

$\frac{3}{5} \times x = \frac{3x}{5}$

سوال کے مطابق رفیق کو ملے = 25000 روپے

$\frac{3x}{5} = 25000$

$\frac{5}{3} \times \frac{3x}{5} = \frac{5}{3} \times 25000$ (طرفین کو $\frac{5}{3}$ سے ضرب دینے سے)

$x = \frac{125000}{3}$

$= 41666\frac{2}{3}$ روپے

مثال 9 : ایک برتن میں $4\frac{2}{3}$ کلوگرام گھی آتا ہے۔ اس کا $\frac{3}{8}$ حصّہ گھی سے بھرا ہُوا ہے۔ برتن میں کتنا گھی ہے ؟

حل: برتن میں آتا ہے گھی $= 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$ کلوگرام

برتن میں گھی ہے $= \frac{14}{3}$ کا $\frac{3}{8}$

$= \frac{14}{3} \times \frac{3}{8}$

$= \frac{7}{4}$ kg

برتن میں گھی ہے $= 1\frac{3}{4}$ کلوگرام

مشق 3.1

مندرجہ ذیل کو حل کریں۔

(1) $\frac{2}{5} + \frac{7}{10} + \frac{3}{20}$

(2) $\frac{4}{15} + \frac{3}{10} + \frac{7}{10}$

(3) $\frac{3}{4} + \frac{7}{8} - \frac{1}{16}$

(4) $3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$

(5) $5\frac{5}{7} + 7\frac{2}{14} + 3\frac{1}{21}$

(6) $\frac{5}{8} \times \frac{3}{5} + \frac{7}{10}$

(7) $2\frac{1}{4} \div 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}$

(8) $1\frac{1}{4} \div \frac{5}{4} + 1\frac{1}{2}$

(9) $\frac{5}{4} \div \frac{5}{6} \times 1\frac{1}{2} - \frac{21}{25} \times \frac{5}{7}$

(10) $1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$

(11) $3\frac{1}{4} + \frac{21}{4} \times 1\frac{1}{8} \div 1\frac{1}{16}$

(12) $3\frac{1}{4} \times \frac{5}{8} \times 1\frac{1}{4} - \frac{3}{8}$

(13) $4\frac{1}{2} \times 1\frac{7}{8} \div 3\frac{1}{2} \times \frac{8}{45}$

(14) آصف ایک دِن میں $2\frac{1}{2}$ روپے کمائے تو اس کی 27 دن کی آمدنی معلوم کریں۔

(15) رحیم کی ایک دن کی آمدنی $4\frac{3}{4}$ روپے ہو تو اس کی جنوری کے مہینے کی آمدنی معلوم کریں۔

(16) رمضان کی $1\frac{1}{2}$ سال کی آمدنی 10800 روپے ہو تو اس کی ایک ماہ کی آمدنی معلوم کریں۔

(17) $\frac{28}{9}$ کو اگر 7 برابر حصّوں میں تقسیم کیا جائے تو ایک حصّہ کیا ہو گا ؟

(18) $\frac{3}{4}$ کا 8 گنا کتنا ہوگا ؟

(19) $12\frac{7}{8}$ کا 16 گنا کتنا ہوگا ؟

(20) حمید نے بنک سے اپنی رقم کا $\frac{3}{8}$ حصّہ نکلوایا۔ اگر اُس نے 6400 روپے نکلوائے ہوں تو اُس کی کُل رقم معلوم کریں۔

(21) ایک شخص کا ورثہ 10000 روپے تھا۔ ورثے کا $\frac{1}{8}$ حصّہ اس کی بیوی کو ملا۔ باقی کا $\frac{2}{5}$ حصّہ اُس کے بیٹے کو اور $\frac{3}{5}$ حصّہ تین بیٹیوں میں برابر تقسیم ہُوا۔ بیٹے اور ہر بیٹی کو کیا مِلا ؟

(22) ندیم کے پاس 48 روپے تھے۔ جن کا $\frac{5}{8}$ حصّہ اس نے مُنیر کو دے دیا اور مُنیر نے اپنے حصّے کا $\frac{1}{3}$ شاہد کو دے دیا۔ شاہد کو کتنے روپے مِلے ؟

کسُور اعشاریہ : DECIMAL FRACTIONS

سابقہ جماعتوں میں آپ کسُور اعشاریہ اور ان کی جمع ، تفریق ، ضرب اور تقسیم وغیرہ سے متعلق پڑھ چکے ہیں۔ اب ہم کسُور اعشاریہ سے متعلق مزید سوالات کریں گے ۔

یاد رہے کہ کسور عام کی طرح کسور اعشاریہ میں بھی مختصر کرنے کے لیے پہلے تقسیم کا عمل پھر ضرب کا اور پھر تفریق اور جمع کا عمل کیا جاتا ہے۔

مثال 1 : 5.496 ، 56.54 ، 214.621 کو جمع کریں۔

حل :

$$\begin{array}{r} 5.496 \\ 56.540 \\ +\ 214.621 \\ \hline 276.657 \end{array}$$

تمام رقوم کو اس طرح رکھا کہ نقطہ اعشاریہ ایک ہی سیدھ میں آئے۔ یہاں تمام رقموں میں دائیں سے بائیں تین درجوں کے بعد نقطہ اعشاریہ ہے۔ اِس لیے جواب میں بھی تین درجوں کے بعد نُقطہ اعشاریہ لگایا۔

مثال 2 : 200 اور 17.168 میں بڑے عدد سے چھوٹا عدد تفریق کریں۔

حل :

$$\begin{array}{r} 200.000 \\ -\ 17.168 \\ \hline 182.832 \end{array}$$

مثال 3 : $12.34 \times .006$ کو حل کریں۔

حل :

$$\begin{array}{r} 12.34 \\ \times\ .006 \\ \hline 0.07404 \end{array}$$

$12.34 \times .006 = 0.07404$

مثال 4 : 3.6 کو 2 سے تقسیم کریں۔

حل :

$$\begin{array}{r|l} 2\,)\,3.6 & 1.8 \\ 2 & \\ \hline 16 & \\ 16 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$3.6 \div 2 = 1.8$

مثال 5 : مختصر کریں۔ $2.34 + 2.49 \times 3.18$

حل : $2.34 + 2.49 \times 3.18$

$2.34 + 7.9182 = 10.2582$

مثال 6 : جبار کے پاس کچھ روپے تھے۔ اُس نے کُل رقم کا .6 حِصّہ خرچ کر دیا۔ اگر باقی 50 روپے بچے ہوں تو کُل رقم معلوم کریں۔

حل : فرض کیا جبار کے پاس کل روپے $= x$

جتنے روپے خرچ کیے $= x$ کا .6 یا $.6x$

باقی $= x - .6x$

بمطابق سوال

$x - .6x = 50$

$x(1 - .6) = 50$

$x(.4) = 50$

$x = \dfrac{50 \times 10}{4}$

$= 125$ روپے

مثال 7 : صائمہ کے پاس 300 روپے تھے۔ پہلے دن اس نے کُل رقم کا 0.4 حصّہ دُوسرے دن 0.3 حصّہ اور تیسرے دن 0.2 حصّہ خرچ کیا۔ بتائیے باقی کیا بچا؟

حل : کُل روپے = 300 روپے

پہلے دن کا خرچ = 300 کا .4 = 300 × .4 = 120

دوسرے دن کا خرچ = 300 کا .3 = 300 × .3 = 90

تیسرے دن کا خرچ = 300 کا .2 = 300 × .2 = 60

کُل خرچ = 270 روپے

300 – 270 = 30

پس باقی 30 روپے

مشق 3.2

مندرجہ ذیل کو جمع کریں۔

(1) 348.44 ، 2.3894 ، 31.441 ، 3..

(2) .197 ، .0096 ، 378.1 ، 19.64

(3) 43.587 ، .60935 ، 501.097 ، 1.8329

مندرجہ ذیل سوالات میں بڑے عدد سے چھوٹا عدد تفریق کریں۔

(4) 6.481 ، 5.193

(5) 200 ، 17.168

(6) 10.041 ، 9.4867

(7) 126.10 ، 115.4906

مندرجہ ذیل کو حل کریں۔

(8) 1.4 × 1.33 × .467

(9) 4.31 × 6.61 × 3.14

تقسیم کریں۔

(10) 34.68 کو 4 سے

(11) 41.6 کو .3 سے

(12) جبار نے کُل روپوں کا .7 حصہ خرچ کر دیا۔ اگر باقی 50 روپے بچے ہوں تو کُل روپے معلوم کریں۔

(13) صالحہ کے پاس 3000 روپے تھے۔ اُس نے کُل رقم کا 0.4 حصّہ پہلے دن، .3 حصّہ

دوسرے دن اور 2. حصّہ تیسرے دن خرچ گیا۔ بتائیے باقی کتنے روپے بچے ؟

(14) ساتویں کلاس کی کُل تعداد کا 25. (بچّے) اسکاؤٹ میں ہیں۔ اگر کُل تعداد 76 ہو تو کتنے بچّے سکاؤٹ میں ہیں ؟

(15) 35 لٹر تیل کا 4. حصّہ ضائع ہو گیا اور باقی کا 5. حصّہ بِک گیا۔ بتائیے باقی کتنا تیل بچا ؟

(16) ایک لوہے کا ٹکڑا اپنی لمبائی کا زیادہ سے زیادہ 0003. حصّہ پھیل سکتا ہے۔ اگر ٹکڑے کی لمبائی 250 سم ہو تو بتائیں اس کے پھیلنے کے لیے کتنی جگہ درکار ہو گی ؟

(17) ایک سکوٹر کے پہیے کا گھیرا 345 . 8 ڈیسی میٹر ہے۔ اگر یہ پہیہ 15 منٹ میں 2500 چکر لگائے تو بتائیں اِس رفتار سے یہ سکوٹر ایک گھنٹے میں کتنا فاصلہ طے کرے گا ؟

مندرجہ ذیل کو مختصر کریں۔

(18) $2.34 + 2.49 \times 3.18$

(19) $15.68 - 9.434 + 0.61 \div 14$

(20) $5.13 + 9.481 \times 41.1 \div 6$

(21) $6.48 - 2 \div 4 + 3.78$

(22) $.41 - .04 + .41 - .04$

باب 4

جذر

SQUARE ROOT

آپ اجزائے ضربی کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔ ذیل میں دیے گئے اعداد کی تجزیوں پر غور کریں۔

4 = 2 × 2

9 = 3 × 3

16 = 4 × 4

25 = 5 × 5

36 = 6 × 6

دی گئی ہر تجزی کے دو جزو ضربی ہیں اور یہ دونوں جُز مساوی ہیں۔ مثلاً عدد " 2 " کو اپنے آپ سے ضرب دینے سے " 4 " حاصل ہوتا ہے۔ اِسی طرح " 3 " کو اپنے آپ سے ضرب دینے سے " 9 " آتا ہے۔ اسی طرح " 4 " کو اپنے آپ سے ضرب دینے سے " 16 " آتا ہے وغیرہ وغیرہ۔

پس یہاں " 2 " جذرالمُربّع یا جذر کہلاتا ہے 4 کا۔

اِسی طرح 9 کا جذر 3

16 کا جذر 4

25 کا جذر 5

اور 36 کا جذر 6 ہے

لیکن 4 = (−2) (−2)

9 = (−3) (−3)

اُوپر دیے گئے طریقے کے مطابق "2−" بھی جذر ہے 4 کا اور " 3 − " جذر ہے 9 کا۔

اس طرح ہر عدد کا جذر دو اعداد پر مشتمل ہوتا ہے۔ ایک مثبت عدد اور

ایک منفی عدد۔

مثلاً عدد 4 کا جذر 2 اور 2 - ہیں۔

نوٹ : لیکن یہاں ہم صرف مثبت جذر لیں گے۔

مثال 1 : ایک مُربّعی علاقے کا رقبہ 16 مُربّع سم ہے۔ اس کا ایک ضلع معلوم کریں۔

حل : مُربّع علاقے کا رقبہ = ضلع × ضلع

مربّعی علاقے کا رقبہ = 16 مربّع سم

ضلع کی مقدار × ضلع کی مقدار = 16 مربّع سم

ایک ضلع کی مقدار = 4 سم

4 سم

4 سم

16 مُربّع سم

یہاں ہم نے ایک ایسا عدد معلوم کیا جس کو اسی عدد سے ضرب دینے سے "16" حاصل ہو۔ پس وہ مطلوبہ عدد 4 ہے۔ 4 کو 4 سے ضرب دینے سے $(4)^2$ چار کا مربّع یا 16 حاصل ہُوا۔

پس ضلع کی مقدار = 4 سم یعنی 16 کا جذر = 4

پس معلوم ہُوا کہ کسی عدد کا "جذرالمربّع ایک ایسا عدد ہوتا ہے جس کو خود اسی سے ضرب دی جائے تو دیا ہُوا عدد حاصل ہو۔"

مندرجہ ذیل چارٹ پر غور کریں۔

کیونکہ			جذر	عدد
1^2	=	1	1	1
2^2	=	4	2	4
3^2	=	9	3	9
4^2	=	16	4	16
5^2	=	25	5	25
6^2	=	36	6	36
7^2	=	49	7	49
8^2	=	64	8	64
9^2	=	81	9	81
10^2	=	100	10	100

121	11	121 - 11^2
144	12	144 - 12^2
169	13	169 - 13^2
196	14	196 - 14^2
225	15	225 - 15^2
256	16	256 - 16^2
10000	100	$(100)^2$ 10000 =

دیے ہُوئے چارٹ سے ہمیں یہ بھی پتہ چلتا ہے کہ

(1) ایک یا دو ہندسی قدرتی اعداد کا جذر صرف ایک ہندسی عدد ہوتا ہے۔

(2) تین یا چار ہندسی قدرتی اعداد کا جذر صرف دو ہندسی عدد ہوتا ہے۔

جذر کی علامت SYMBOL FOR THE SQUARE ROOT

جذر کو علامت $\sqrt{\ }$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ مثلاً $\sqrt{256} = 16$ ، $\sqrt{9} = 3$ ، $\sqrt{4} = 2$

جذر معلوم کرنے کے طریقے: کسی قدرتی عدد کا جذر دو طریقوں سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

(1) جذر بذریعہ اجزائے ضربی **Square root by Factorization**

(2) جذر بذریعہ تقسیم **Square root by Division**

یہاں ہم جذر صرف اجزائے ضربی کے طریقے سے معلوم کرنا سیکھیں گے۔ آپ اعداد کی مُفرد اجزائے ضربی معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں۔ اِسی طریقے کو اِستعمال کرتے ہوئے ہم اعداد کا جذر معلوم کریں گے۔

مثال 1 : 256 کا جذر بذریعہ اجزائے ضربی معلوم کریں۔

حل :

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$256 = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$$

$$256 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2$$

$$\sqrt{256} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2}$$

$$\sqrt{256} = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$\sqrt{256} = 16$$

پس 256 کا جذر 16 ہے

مثال 2 324 کا جذر بذریعہ اجزائے ضربی معلوم کریں۔

حل :

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$324 = (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3)$$

$$= 2^2 \times 3^2 \times 3^2$$

$$\sqrt{324} = \sqrt{3^2 \times 3^2 \times 2^2}$$

$$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3$$

$$= 18$$

مثال 3 : ایک میدان میں 400 گاڑیاں اس طرح کھڑی ہیں کہ ایک قطار میں جتنی گاڑیاں ہیں۔ قطاروں کی کُل تعداد بھی اتنی ہی ہے۔ بتائیے ہر قطار میں کتنی گاڑیاں ہیں۔

حل : فرض کیا ایک قطار میں گاڑیوں کی تعداد $= x$

اب چونکہ

ایک قطار میں گاڑیوں کی تعداد = کُل قطاروں کی تعداد $= x$

اس لیے x قطاروں میں گاڑیوں کی تعداد $= x \times x$

یعنی

کُل گاڑیوں کی تعداد $= x^2 = 400$

$x^2 = 400$

$x^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$x^2 = 2^2 \times 2^2 \times 5^2$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 5^2}$

$x = 2 \times 2 \times 5$

$x = 20$

2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
	5

مشق 4.1

مندرجہ ذیل کا جذر معلوم کریں۔

(1) 9	(7) 64	(13) 81	(19) 10000
(2) 169	(8) 100	(14) 6400	(20) 900
(3) 1225	(9) 3136	(15) 1936	(21) 5625
(4) 5184	(10) 484	(16) 7056	(22) 72900
(5) 625	(11) 8100	(17) 784	(23) 9801
(6) 676	(12) 121	(18) 4624	(24) 1024

SQUARE ROOT OF COMMON FRACTIONS: کسور عام کا جذر معلوم کرنا

کسور عام کا جذر معلوم کرنے کے لیے پہلے شمار کنندہ کا جذر الگ اور پھر مخرج کا جذر الگ نکالتے ہیں۔ یعنی

$$\frac{\text{Square root of numerator}}{\text{Square root of denominator}}$$

کسر عام کا جذر = شمار کنندہ کا جذر / نسب نما کا جذر

مخلوط کسور کا جذر معلوم کرنے کے لیے پہلے مخلوط کسور کو غیر واجب کسور میں تبدیل کرتے ہیں۔ پھر جذر نکالا جاتا ہے۔

مثال 1 : $\frac{144}{25}$ کا جذر معلوم کریں۔

حل :

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

5	25
5	5
	1

$$\frac{144}{25} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}{5 \times 5}$$

$$= \frac{2^2 \times 2^2 \times 3^2}{5^2}$$

$$\sqrt{\frac{144}{25}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 2^2 \times 3^2}{25}} = \frac{2 \times 2 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$$

کسورِ اعشاریہ کا جذر معلوم کرنا : THE SQUARE ROOT OF DECIMAL FRACTIONS

کسورِ اعشاریہ کا جذر معلوم کرنے کے لیے یہاں ہم صرف ایک طریقے کا ذکر کریں گے۔ کسرِ اعشاریہ کا جذر نکالنے کے لیے پہلے کسرِ اعشاریہ کو کسرِ عام میں تبدیل کیا جاتا ہے اور پھر کسور عام کے طریقے سے جذر معلوم کیا جاتا ہے اور جواب کو دوبارہ کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔

مثال 2 : 1.44 کا جذر معلوم کریں۔

حل :

$$\sqrt{1.44} = \sqrt{\frac{144}{100}} = \sqrt{\frac{3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 2 \times 2}}$$

$$\sqrt{\frac{3^2 \times 2^2 \times 2^2}{5^2 \times 2^2}}$$

$$= \frac{3 \times 2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{12}{10} = 1.2$$

پس 1.44 کا جذر = 1.2

مثال 3 : 0.81 کا جذر معلوم کریں۔

حل :

$$\sqrt{0.81} = \sqrt{\frac{81}{100}}$$

3	81
3	27
3	9
	3

2	100
2	50
5	25
5	5
	1

$$= \sqrt{\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{5 \times 5 \times 2 \times 2}}$$

$$= \sqrt{\frac{3^2 \times 3^2}{5^2 \times 2^2}}$$

پس مطلوبہ جذر $\frac{3 \times 3}{5 \times 2} = \frac{9}{10} = 0.9$

مثال 4 : $2\frac{7}{81}$ کا جذر معلوم کریں۔

حل : $2\frac{7}{81} = \frac{169}{81}$

شمار کنندہ کا جذر $\sqrt{169} \quad \sqrt{13 \times 13} = \sqrt{13^2} = 13$

نسب نما کا جذر $\sqrt{81} \quad \sqrt{9 \times 9} = \sqrt{9^2} = 9$

$$\frac{\sqrt{169}}{\sqrt{81}} \quad \frac{13}{9} = \sqrt{2\frac{7}{81}} = \frac{13}{9}$$

مشق 4.2

مندرجہ ذیل کسور عام کا جذر معلوم کریں۔

(1) $\frac{16}{25}$

(2) $\frac{9}{4}$

(3) $2\frac{7}{9}$

(4) $\frac{9}{25}$

(5) $11\frac{5}{4}$

(6) $\frac{144}{225}$

(7) $5\frac{1}{16}$

(8) $12\frac{1}{4}$

(9) $1\frac{48}{121}$

(10) $4\frac{49}{144}$

(11) $\frac{4900}{2304}$

(12) $\frac{3136}{6084}$

(13) $\frac{28224}{9604}$

(14) $\frac{1764}{4356}$

(15) $740\frac{65}{4}$

مشق 4.3

مندرجہ ذیل کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کریں۔

(1) 3.24

(2) 4.41

(3) 5.29

(4) 7.29

(5) 6.25

(6) 37.21

(7) 7.84	(10) 100.00	(13) 33.64
(8) 10.24	(11) 8.41	(14) 31.36
(9) 30.25	(12) 9.61	(15) 34.81

(16) ایک مسجد میں 1024 نمازی اس طرح کھڑے ہیں کہ ایک قطار میں جتنے نمازی ہیں کُل قطاریں بھی اتنی ہی ہیں۔ ہر قطار میں نمازیوں کی تعداد بتائیں۔

(17) ایک باغ میں 1296 درخت مربّع کی شکل میں لگے ہُوئے ہیں۔ بتائیے کُل کتنی قطاریں ہیں اور ہر قطار میں کتنے درخت ہیں ؟

(18) ایک مُربّع فرش کا رقبہ 900 مُربّع میٹر ہے۔ فرش کا احاطہ معلُوم کریں۔

(19) ایک سکول میں 56.25 روپے چندہ اس طرح اکٹھا ہُوا کہ ہر طالب علم نے اتنے ہی پیسے چندہ دیا جتنا کہ طلبا کی تعداد ہے۔ بتائیے طلبا کی تعداد کتنی ہے ؟

باب 5

نسبت و تناسب

RATIO AND PROPORTION

چھٹی جماعت میں آپ نسبت و تناسب اور تناسب راست کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔
آپ جانتے ہیں کہ دو مقداروں کا بذریعہ تقسیم مقابلہ نسبت کہلاتا ہے اور
"دو ہم نوع مقداروں کی نسبت کو ایک ایسی کسر سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کا شمار کنندہ پہلی مقدار اور نسب نما دوسری مقدار ہو جبکہ دونوں مقداریں ایک ہی اکائی میں ہوں"
اعادہ کے لیے مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1 : مختصر کریں۔ 245 : 210

حل :

245 : 210

49 : 42 (5 پر تقسیم کرنے سے)

7 : 6 (7 پر تقسیم کرنے سے)

مثال 2 : دی ہوئی نسبتوں میں کونسی بڑی ہے۔

3 : 4 یا 7 : 8

حل : $3 : 4 = \frac{3}{4}$ اور $7 : 8 = \frac{7}{8}$

اب یہ دیکھنے کے لیے کہ کونسی کسر بڑی ہے $\frac{3}{4}$ اور $\frac{7}{8}$ کو ہم مخرج کریں گے۔

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7}{8}$$

$\frac{6}{8}$ اور $\frac{7}{8}$ ہم مخرج کسور ہیں۔ چونکہ 7 بڑا ہے 6 سے۔

پس $\frac{7}{8}$ بڑی ہے $\frac{3}{4}$ سے۔ یعنی 8 : 7 بڑی ہے 4 : 3 سے۔

مثال 3 : 3836 روپے حامد اور محمود میں بالترتیب 3:4 سے تقسیم کریں۔

حل : کل رقم = 3836 روپے

نسبتی مجموعہ = 3 + 4 = 7

$$\text{حامد کا حصہ} = \frac{\text{حامد کی نسبت} \times \text{کل رقم}}{\text{نسبتی مجموعہ}} = \frac{\overset{548}{\cancel{3836}} \times 3}{\cancel{7}} = 1644 \text{ روپے}$$

$$\text{محمود کا حصہ} = \frac{\overset{548}{\cancel{3836}} \times 4}{\cancel{7}} = 2192 \text{ روپے}$$

تناسب : PROPORTION

اگر دو نسبتیں برابر ہوں تو اس برابری کو ظاہر کرنے والا فقرہ تناسب کہلاتا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ تناسب میں چار رقمیں ہوتی ہیں۔ پہلی اور آخری رقوم کو طرفین اور درمیانی رقوم کو وسطین کہتے ہیں۔

بائیں طرف سے پہلی رقم کو پہلا تناسب، دوسری رقم کو دوسرا تناسب، تیسری کو تیسرا اور چوتھی کو چوتھا تناسب کہتے ہیں۔

وسطین

پہلا تناسب : دوسرا تناسب : : تیسرا تناسب : چوتھا تناسب

طرفین

جب دو نسبتیں برابر ہوں تو طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصلِ ضرب

اگر تناسب میں دوسرا اور تیسرا تناسب برابر ہوں تو آخری رقم تیسرا تناسب کہلاتی ہے۔

مثلاً تناسب $16 : 8 = 8 : 4$

میں 4 تیسرا تناسب ہے۔

مثال 1 : اعداد 6 ، 4 کا تیسرا تناسب معلوم کریں۔

حل : فرض کیا مطلوبہ تناسب = x

چونکہ دو رقمیں 6 ، 4 دی ہوئی ہیں۔ اب تناسب اس طرح ہوگا

$4 : 6 = 6 : x$ (چونکہ دوسرا و تیسرا تناسب برابر ہیں)

$4x = 36$ طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

پس $x = \frac{36}{4} = 9$

مثال 2 : مندرجہ ذیل میں چوتھا تناسب معلوم کریں۔

6 , 12 , 7

حل : فرض کیا چوتھا تناسب = x

اب تناسب 6 : 12 :: 7 : x ہوگا۔

طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

$$6x = 12 \times 7$$

$$x = \frac{12 \times 7}{6}$$

$$x = 14$$

مثال 3 : کونسا عدد 36 سے وہی نسبت رکھتا ہے جو 64 کو 48 سے ہے۔

حل : فرض کیا مطلوبہ عدد = x

نسبت قائم کرنے سے

$$x : 36 :: 64 : 48$$

$$48x = 36 \times 64$$

$$x = \frac{36 \times 64}{48}$$

$$= 48$$

مشق 5.1

مندرجہ ذیل نسبتوں کو مختصر کریں۔

(1) 160 : 832   (2) 231 : 297

(3) 3312 : 3864   (4) 250 : 6250

(5) 1056 : 924   (6) کیا $\frac{5}{6}$ برابر ہے 12 : 10 = 6 : 5

دی ہوئی نسبتوں میں بڑی ، چھوٹی اور برابر نسبتیں بتائیں۔

(7) 12 : 17 اور 24 : 34 میں

(8) 12 : 9 اور 13 : 16 میں

(9) 30 : 28 اور 38 34 میں

(10) 80 : 16 اور 49 6 میں

(11) 15792 روپے A اور B میں بالترتیب 7 اور 9 سے تقسیم کریں۔

(12) 11492 روپے C اور D میں بالترتیب 6 اور 11 سے تقسیم کریں۔

(13) 51040 روپے سعید اور حمید میں 9 اور 20 سے تقسیم کریں۔

(14) 399960 روپے احمد اور جمیل میں 11 اور 29 سے تقسیم کریں۔

(15) 1799982 روپے احمد اور ندیم میں 7 اور 20 سے تقسیم کریں۔

مندرجہ ذیل نسبتوں میں سے کن کن میں

طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

(16) 27 : 9 اور 9 : 3

(17) 16 : 12 اور 9 : 12

(18) 9 : 18 اور 8 : 4

(19) 15 : 11 اور 11 : 8 (20) 28 : 27 اور 30 : 29 میں

مندرجہ ذیل اعداد کا چوتھا تناسب معلوم کریں۔

(21) 2 , 4 , 5 (22) 18 , 9 , 4 (23) 8 , 32 , 2

(24) 16 , 52 , 4 (25) 11 , 22 , 24

مندرجہ ذیل کا تیسرا تناسب معلوم کریں۔

(26) 4 , 6 (27) 12 , 6 (28) 5 , 10 (29) 18 , 36

(30) کونسا عدد 18 سے وہی نسبت رکھتا ہے جو 32 کو 24 سے ہے۔

(31) کونسا عدد 22 سے وہی نسبت رکھتا ہے جو 32 کو 64 سے ہے۔

(32) اگر ریل کا 112 کلومیٹر کا کرایہ 17.50 روپے ہو تو 70 کلومیٹر کا کرایہ معلوم کریں۔

(33) اگر ریل کا 1000 کلومیٹر کا کرایہ 180 روپے ہو تو 2001 کلومیٹر کا کرایہ معلوم کریں۔

(34) پہلا تناسب معلوم کریں جبکہ دوسرا، تیسرا اور چوتھا تناسب بالترتیب $\frac{3}{8}$ ، $\frac{14}{15}$ اور $\frac{1}{20}$ ہوں۔

(35) ایک چھپائی کی مشین 5040 کاغذ 112 منٹ میں چھاپ سکتی ہے۔ بتائیے 198 منٹ

میں کتنے کاغذ چھاپے گی ؟

(36) 19 کلو چائے کی قیمت معلوم کریں جبکہ 17 کلو کی قیمت 680 روپے ہو۔

(37) ایک آدمی 15 کلومیٹر سفر $3\frac{1}{2}$ گھنٹے میں کر سکتا ہے۔ بتائیے 105 کلومیٹر سفر کتنی دیر میں کرے گا؟

(38) 288 چیزوں کی قیمت بحساب 112 روپے فی درجن معلوم کریں۔

(39) 324 کلومیٹر سفر کرنے میں 113 روپے کا پٹرول لگتا ہے۔ بتائیے 2268 کلومیٹر سفر میں کتنا پٹرول لگے گا ؟

مسلسل نسبت : CONTINUOUS RATIO

دو یا دو سے زائد مقداروں کے باہم مقابلے کو مسلسل تناسب کہتے ہیں۔ جس طرح نسبت کے سوالات میں نسبت کی ترتیب لازمی ہوتی ہے اسی طرح مسلسل نسبت میں بھی نسبتوں کی ترتیب کا خاص خیال رکھا جاتا ہے۔ مزید وضاحت مثال سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : a : b : c معلوم کریں جبکہ a : b = 2 : 3 اور b : c = 3 : 4 ہو۔

حل : دی ہوئی نسبتوں کے مطابق

a : b   b : c

2 : 3   اور   3 : 4

ان نسبتوں میں b مشترک ہے اس لیے انھیں ہم مختصر طور پر یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

a : b : c

2 : 3

3 : 4

---

2 : 3 : 4

اوپر دی گئی نسبتوں میں b مشترک تھی اور قیمت بھی برابر تھی۔ اس لیے a , b اور c میں نسبت آسانی سے قائم کر لی گئی، پس مسلسل نسبت میں ہر دو نسبتوں میں ایک رکن لازمی مشترک ہونا چاہیے اور مشترک رکن کی قیمت بھی برابر ہونی چاہیے۔

اگر مشترک رکن کی قیمتیں مختلف ہوں تو اس کی ایک ایسی قیمت لی جاتی ہے جو دی ہُوئی نسبتوں میں اس مشترک رکن کی دی ہُوئی قیمتوں پر پُوری پُوری تقسیم ہو جائے (یعنی دونوں کا ذواضعاف اقل) تاکہ باقی ارکان کی متناظرہ قیمتیں مترادف کسور کے اصول سے معلوم کر لی جائیں۔

مثال 2 حمید اور سعید کی عمروں میں 3 : 2 ہے اور سعید اور رفیق کی عمروں میں نسبت 5 : 4 ہے۔ حمید اور رفیق کی عمروں میں کیا نسبت ہو گی ؟

حل :

حمید		سعید		رفیق
2	:	3		
		4	:	5

دونوں نسبتوں میں سعید مشترک ہے لیکن پہلی نسبت میں عمر 3 اور دوسری نسبت میں عمر 4 ہے۔

اب 3 اور 4 کا ذواضعاف اقل 12 ہوتا ہے اس لیے پہلی نسبت کو 4 سے اور دُوسری نسبت کو 3 سے ضرب دیں گے۔

حمید	:	سعید	:	رفیق
2 × 4	:	3 × 4		
		4 × 3	:	5 × 3
8	:	12		
		12	:	15
8	:	12	:	15

پس حمید اور رفیق کی عمروں میں نسبت = 8:15 ہے

مثال 3 : a اور b میں 5:6 ہے اور b اور c میں 7 : 8 ہے۔ a, b,c میں مسلسل نسبت معلوم کریں۔

حل :

a	:	b	:	c
5	:	6		
		7	:	8

b مشترک ہے اور 6 × 7 کا ذواضعاف اقل 42 ہے۔ اِس لیے

$$
\begin{array}{ccccc}
a & : & b & : & c \\
7 \times 5 & : & 7 \times 6 & & \\
 & & 6 \times 7 & : & 8 \times 6 \\
\hline
35 & : & 42 & : & 48
\end{array}
$$

پس $a : b : c = 35 : 42 : 48$

مشق 5.2

سوال نمبر 1 تا 7 میں $a : b : c$ معلوم کریں جبکہ

(1) $a : b = 3 : 4$ ؛ $b : c = 4 : 5$

(2) $a : b = 1 : 5$ ؛ $b : c = 5 : 6$

(3) $a : b = 1 : 2$ ؛ $b : c = 2 : 3$

(4) $a : b = 1 : 2$ ؛ $b : c = 3 : 4$

(5) $a : b = 5 : 6$ ؛ $b : c = 7 : 8$

(6) $a : b = 6 : 5$ ؛ $b : c = 4 : 5$

(7) $a : b = 11 : 12$ ؛ $b : c = 14 : 16$

(8) a اور b میں 3 : 4 ہے اور b اور c میں 9 : 8 ہے۔ a اور c میں نسبت معلوم کریں۔

(9) a اور b میں 14 : 13 ہے۔ b اور c میں 16 : 17 ہے۔ a, b, c میں مسلسل نسبت معلوم کریں۔

(10) احمد اور رحمان کے وزنوں میں 9 : 5 اور رحمان اور رمضان میں 9 : 7 ہے۔ بتائیے احمد اور رمضان کے وزنوں میں کیا نسبت ہے ؟

(11) تین حصّے داروں میں 68 روپے اس طرح تقسیم کریں کہ اگر پہلے کو ایک روپیہ ملے تو دوسرے کو 2 روپے۔ اگر دوسرے کو 3 روپے ملیں تو تیسرے کو 4 روپے ملیں۔

(12) 615 روپے تین مزدوروں میں اس طرح تقسیم کریں کہ پہلے اور دوسرے کے حصّوں میں 5 : 2 اور دوسرے اور تیسرے کے حصّوں میں 4 : 3 ہو۔

باب 6

فیصد

PERCENTAGE

فیصد کے لغوی معنی " ہر سَو کے لیے " یا " ہر سَو پر " ہیں۔

(1) اگر ایک طالب علم 100 میں سے 60 نمبر حاصل کرے تو اکثر پرچے پر لکھا ہوتا ہے $\frac{60}{100}$
ہم اس کو یوں کہہ سکتے ہیں کہ طالب علم نے 60 فیصد نمبر حاصل کیے۔

(2) ایک روپے میں 100 پیسے ہوتے ہیں۔ 1 پیسہ روپے کا سوواں حصّہ ہے۔ اس لیے 1 پیسہ کو $\frac{1}{100}$ یا 1 فیصد لکھ سکتے ہیں۔

(3) سامنے کی شکل پر غور کریں۔

(i) یہاں ہر قطار میں 10 خانے ہیں۔

(ii) اور کُل 10 قطاریں ہیں۔

(iii) اس طرح کُل خانے $100 = 10 \times 10$

(iv) سایہ دار خانے کتنے ہیں؟ 7

(v) سایہ دار خانے کُل خانوں کا 7 سوویں
یا $\frac{7}{100}$ یا 7 فیصد ہیں۔

(vi) سفید خانے کتنے ہیں؟ 93
سفید خانے کُل خانوں کا 93 سوویں
یا $\frac{93}{100}$ یا 93 فیصد۔

فیصد کے لیے " % " یہ علامت استعمال ہوتی ہے۔

60 فیصد کو علامتی طور پر یوں لکھیں گے 60 %

1 فیصد کو علامتی طور پر یوں لکھیں گے 1 %

سایہ دار خانے کُل خانوں کا 7 سوواں یا $\frac{7}{100}$ = 7%

اسی طرح سفید خانے کُل خانوں کا 93 سوویں یا $\frac{93}{100}$ یعنی 93 % ہیں۔

TO EXPRESS A PERCENTAGE AS A COMMON FRACTION : فیصد کو کسرِ عام میں تبدیل کرنا

فیصد ایسی کسر ہوتی ہے جس کا مخرج ہمیشہ 100 ہوتا ہے۔ پچھلے صفحہ پر دی ہوئی خانوں والی شکل میں $4\% = \frac{4}{100}$ اسی طرح $96\% = \frac{96}{100}$

مثال 1 : 6 % کو کسرِ عام میں تبدیل کریں۔

حل : $6\% = \frac{6}{100} = \frac{3}{50}$

مثال 2 : 50 % کو کسرِ عام میں تبدیل کریں۔

حل : $50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

TO EXPRESS A PERCENTAGE AS A DECIMAL FRACTION : فیصد کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کرنا

فیصد کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کرنے کی وضاحت مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : 12 % کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کریں۔

حل : $12\% = \frac{12}{100} = .12$

مثال 2 : 5 % کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کریں۔

حل : $5\% = \frac{5}{100} = .05$

مثال 3 : 175 % کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کریں۔

حل : $175\% = \frac{175}{100} = 1.75$

مشق 6.1

مندرجہ ذیل کو کسور عام میں تبدیل کریں۔

(1) 50 % (2) 30 % (3) 40 % (4) 75 % (5) 65 %

(6) 169 % (7) 82 % (8) 175 % (9) 179 % (10) 100 %

مندرجہ ذیل کو کسور اعشاریہ میں تبدیل کریں۔

(11) 17 % (12) 18 % (13) 3 % (14) 50 % (15) 75 %

(16) 90 % (17) 98 % (18) 120 % (19) 175 % (20) 162 %

(21) نیچے دیے گئے چارٹ میں دی گئی مثال کے مطابق خالی جگہ پُر کریں۔

	فی صد	سوویں	علامتی طور پر	کسر عام	مختصر کسر
مثال (i)	4	4	4 %	$\frac{4}{100}$	$\frac{1}{25}$
(ii)	7	7		$\frac{7}{100}$	$\frac{7}{100}$
(iii)			25 %	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{4}$
(iv)	5		5 %	$\frac{5}{100}$	$\frac{1}{20}$
(v)		15	15 %	$\frac{15}{100}$	$\frac{3}{20}$
(vi)	$3\frac{1}{3}$	$3\frac{1}{3}$		$\frac{3\frac{1}{3}}{100}$	$\frac{1}{30}$
(vii)	20			$\frac{20}{100}$	$\frac{1}{5}$

کسر اعشاریہ کو % میں تبدیل کرنا:

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1: 05. کو فیصد میں تبدیل کریں۔

حل: $.05 =$ 5 سوویں $= \frac{5}{100} = 5\%$

مثال 2: 37. کو فیصد میں تبدیل کریں۔

حل: $.37 =$ 37 سوویں $= \frac{37}{100} = 37\%$

مثال 3: 5. کو فیصد میں تبدیل کریں۔

حل: $.5 =$ 5 سوویں = 50 سوویں $= \frac{50}{100} = 50\%$

مثال 4 : $.75$ کو فیصد میں تبدیل کریں۔

حل : $.75 = 75$ سوویں $= \frac{75}{100} = 75\%$

کسی کسر اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کرنے کے لیے نقطہ اعشاریہ کو دو مراتب دائیں طرف سرکا کر حاصل شدہ عدد کے ساتھ علامت % لکھ دیں۔

مثال 5 0.123 کو فی صد میں تبدیل کریں۔

حل : $0.123 = 12.3\%$ (نقطہ اعشاریہ کو دو مراتب دائیں طرف سرکا دیا اور حاصل شدہ رقم کے ساتھ % کی علامت لگادی)

کسر عام کو فیصد میں تبدیل کرنا :

ایسی کسور جن کا مخرج 100 ہو آسانی سے فیصد میں تبدیل کی جا سکتی ہے۔

مثلاً $\frac{5}{100} = 5\%$

اور $\frac{87}{100} = 87\%$

اور ایسی کسور جن کا مخرج 100 کے علاوہ کوئی دوسرا عدد ہو تو انھیں فیصد میں تبدیل کرنے کے تین طریقوں کا ذکر کریں گے۔

(1) دی ہوئی کسر کو ایسی مترادف کسر میں تبدیل کریں جس کا مخرج 100 ہو اور پھر % میں تبدیل کریں۔

(2) پہلے دی ہوئی کسر کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کریں اور پھر فیصد میں۔

(3) دی ہوئی کسر کو 100 سے ضرب دینے اور تقسیم کرنے سے۔

مثال 1 : $\frac{4}{25}$ کو فیصد میں تبدیل کریں۔

حل : $\frac{4}{25}$ کی مترادف کسر جن کا مخرج 100 ہو

$\frac{4}{25} \times \frac{4}{4} = \frac{16}{100}$ (دی ہوئی کسر کو 4 سے ضرب اور تقسیم کیا تاکہ مخرج 100 ہو جائے)

$= 16\%$

مثال 2 : $\frac{3}{5}$ کو فیصد میں تبدیل کریں

حل :

$$\frac{3}{5} - .6 - \frac{6}{10} \times \frac{10}{10} - \frac{60}{100}$$

$$- 60\ \%$$

مثال 3 : $\frac{5}{8}$ کو فیصد میں تبدیل کریں۔

حل :

$$\frac{5}{8} = \frac{\frac{5}{\not{8}_{2}} \times \not{100}^{25}}{100} - \frac{\frac{125}{2}}{100} - \frac{62\frac{1}{2}}{100} - 62\frac{1}{2}\ \%$$

مشق 6.2

مندرجہ ذیل کسور اعشاریہ کو فیصد میں تبدیل کریں۔

(1) .12 (2) 0.015 (3) 2.2 (4) 1.725 (5) 23.67

(6) 171.4 (7) .1 (8) .03 (9) .425 (10) 312.5

مندرجہ ذیل کسور عام کو فیصد میں تبدیل کریں۔

(11) $\frac{25}{100}$ (12) $\frac{13}{100}$ (13) $\frac{98}{100}$ (14) $\frac{7}{4}$ (15) $\frac{9}{5}$

(16) $2\frac{3}{4}$ (17) $3\frac{5}{8}$ (18) $\frac{31}{25}$ (19) $5\frac{7}{8}$ (20) $33\frac{1}{3}$

کسی مقدار کا فیصد معلوم کریں :

آپ فیصد کو کسر میں تبدیل کرنا سیکھ چکے ہیں۔ آپ یہ بھی جانتے ہیں کہ کسر کو فیصد میں کیسے تبدیل کرتے ہیں۔ مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1 : 150 روپے کا 30 % معلوم کریں۔

حل :

$$30\% = \frac{30}{100}$$

اب 150 کا 30 % $= \frac{\not{30}}{\not{100}} \times 150$

45 روپے

مثال 2 : عدنان نے امتحان میں 60 % نمبر حاصل کیے۔ اگر کل نمبر 350 ہوں تو اُس نے کُل کتنے نمبر حاصل کیے ؟

حل : 350 کا 60 %

$$350 \times \frac{60}{100} = 210$$

مثال 3 : حمید کے پاس 500 روپے تھے اُس نے 35 % خرچ کر دے۔ بتائیے باقی کیا بچا؟

حل : کُل رقم = 500 روپے

جتنی رقم خرچ کی = 500 کا 35 %

$$\frac{500 \times 35}{100} = 175$$

باقی = 500 − 175

= 325 روپے

مشق 6.3

(1) 1000 کا 40 % معلوم کریں۔

(2) 800 کا 60 % معلوم کریں۔

(3) 500 کا 30 % معلوم کریں۔

(4) 700 کا 29 % معلوم کریں۔

(5) جمیل نے ریاضی میں 40 % نمبر حاصل کیے۔ اگر کل نمبر 200 ہوں تو اس نے کتنے نمبر حاصل کیے ہیں؟

(6) سعید نے 500 روپوں میں سے 30 % روپے خرچ کیے۔ بتائیے کتنے روپے خرچ کیے ؟

(7) بابر نے 540 روپے خرچ کیے جو کُل روپوں کا 60 % ہے۔ کُل روپے معلوم کریں۔

(8) رفیعہ نے 600 روپے خرچ کیے جو کُل روپوں کا 32 % ہے۔ کُل روپے معلوم کریں۔

(9) ایک عدد کا 15 % اگر 135 ہو تو عدد معلوم کریں۔

(10) بلال 450 روپے ماہوار کماتا ہے اور 85 % خرچ کرتا ہے۔ بتائیے کتنا بچاتا ہے؟

نفع اور نقصان : PROFIT AND LOSS

آپ نے تجارت ، کاروبار یا بزنس کے نام تو سنے ہوں گے۔ کاروبار میں چیزیں خریدی اور بیچی جاتی ہیں۔ ہر کاروبار نفع حاصل کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔ لیکن بعض اوقات نقصان بھی ہو جاتا ہے۔

اگر ایک چیز 20 روپے میں خرید کر 25 روپے میں فروخت کر دی جائے تو 5 = 20 - 25 روپے نفع ہوگا۔ اس لیے

نفع = قیمتِ خرید — قیمتِ فروخت

اسی طرح ایک چیز 10 روپے میں خرید کر 8 روپے میں بیچی جائے تو 2 = 8 - 10 روپے نقصان ہوگا۔ اس لیے نقصان = قیمتِ خرید - قیمتِ فروخت

نفع یا نقصان ہمیشہ قیمتِ خرید پر ہوتا ہے۔ اگر قیمتِ فروخت قیمتِ خرید سے زیادہ ہو تو نفع ہوگا اور اگر کم ہو تو نقصان ہوگا۔

مثال 1 : دکان دار نے ایک جوتا 80 روپے میں خریدا اور 100 روپے میں بیچ دیا۔ نفع یا نقصان معلوم کریں۔

حل : قیمتِ خرید = 80 روپے

قیمتِ فروخت = 100 روپے

چونکہ قیمتِ فروخت زیادہ ہے اس لیے نفع ہوگا۔

نفع

100 - 80 = 20 روپے

مثال 2 : حمید نے 200 کلوگرام گندم بحساب 2.50 روپے فی کلوگرام خریدی اور 600 روپے میں بیچ دی۔ نفع یا نقصان معلوم کریں۔

حل : قیمت خرید = روپے $200 \times 2.50 = \frac{250 \times 200}{100} = 500$

قیمت فروخت = 600 روپے

نفع = 600 - 500

= 100 روپے

مشق 6.4

(1) نفع یا نقصان معلوم کریں جبکہ قیمتِ خرید = 600 روپے اور فروخت = 630 روپے۔
(2) نفع یا نقصان معلوم کریں جبکہ قیمتِ خرید = 75.50 روپے اور فروخت = 97.50 روپے۔
(3) نفع یا نقصان معلوم کریں جبکہ قیمتِ خرید 1767.60 روپے اور فروخت 1867.60 روپے۔
(4) قیمتِ خرید معلوم کریں جبکہ قیمتِ فروخت 68.80 روپے اور نفع = 20 روپے ہو۔
(5) قیمتِ خرید معلوم کریں جبکہ قیمتِ فروخت 2820.40 روپے اور نقصان = 33 روپے ہو۔
(6) قیمتِ فروخت معلوم کریں جبکہ قیمتِ خرید = 520 روپے اور نفع 34 روپے ہو۔
(7) قیمتِ فروخت معلوم کریں جبکہ قیمتِ خرید 2720 روپے اور نقصان 48 روپے ہو۔
(8) ایک گھڑی کی قیمتِ خرید 300 روپے ہے۔ 60 روپے اِس پر مزید خرچ کیے گئے اور 312 روپے میں فروخت کی گئی۔ نفع یا نقصان معلوم کریں۔
(9) ایک دکاندار نے 360 انڈے 180 روپے کے خریدے۔ 20 انڈے ضائع ہوگئے۔ باقی انڈے 60 پیسے فی انڈہ کے حساب سے فروخت کیے۔ نفع یا نقصان معلوم کریں۔
(10) ایک کتاب 175 روپے میں فروخت کرنے سے 3 روپے نقصان ہوتا ہے۔ بتائیے کتاب کتنے میں فروخت کی جائے کہ 23 روپے نفع ہو۔

نفع یا نقصان فیصد معلوم کرنا : TO FIND PROFIT OR LOSS IN PERCENT

نفع یا نقصان ہمیشہ قیمتِ خرید پر ہوتا ہے۔ نفع یا نقصان معلوم ہونے کے بعد نفع یا نقصان کو فیصد میں تبدیل کرنے کے دو طریقوں کا ذکر کیا جائے گا۔

(1) اکائی کے قاعدے سے
(2) نسبت تناسب کے قاعدے سے

اِن طریقوں کی وضاحت کے لیے ذیل کی مثال پر غور کریں۔

مثال 1 ایک سلائی مشین 600 روپے میں خرید کر 700 روپے میں بیچی گئی۔ نفع یا نقصان فیصد معلوم کریں۔

حل : قیمتِ خرید = 600 روپے

قیمتِ فروخت = 700 روپے

نفع = 100 روپے

اکائی کے قاعدے سے نفع کو % میں تبدیل کرنا :

اگر خرید 600 روپے ہو تو نفع = 100 روپے

اگر خرید 1 روپیہ ہو تو نفع = $\frac{100}{600}$

اگر خرید 100 روپے ہو تو نفع = $\frac{100 \times 100}{600}$

$= \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}\%$

نسبت تناسب کے قاعدے سے نفع کو % میں تبدیل کرنا :

نفع	خرید
100	600
X	100

$$600 : 100 = 100 : X$$

$$600X = 100 \times 100$$

$$X = \frac{100 \times 100}{600} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}\%$$

قیمتِ فروخت معلوم کرنا : TO FIND THE SELLING PRICE

اگر نفع یا نقصان فی صد اور قیمتِ خرید دی ہو تو قیمتِ فروخت معلوم کی جا سکتی ہے۔ وضاحت کے لیے مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1 : ایک پین 20 روپے میں خرید کر 5 % نقصان پر بیچا گیا۔ قیمتِ فروخت معلوم کریں۔

حل : پہلا طریقہ :

قیمتِ خرید = 20 روپے

نقصان = 5 %

نقصان 20 کا 5 %

$$20 \times \frac{5}{100} = 1$$

قیمتِ فروخت

$$20 - 1 = 19$$

دُوسرا طریقہ : فروخت = 19 روپے

فرض کیا خرید = 100 روپے

نقصان فیصد 5 روپے

فروخت

روپے 95 = 5 - 100

اگر قیمت خرید 100 روپے ہو تو قیمتِ فروخت = 95 روپے

" " 1 " " " " $= \frac{95}{100}$

" " 20 " " " " $= \frac{20 \times 95}{100}$

= 19 روپے

مثال 2 : ایک کار 49000 روپے میں خرید کر 2 % منافع پر بیچی گئی۔ قیمتِ فروخت معلوم کریں۔

حل : قیمتِ خرید = 49000 روپے

نفع = 2 %

کل نفع = 49000 کا 2 %

$$49000 \times \frac{2}{100} = \frac{98000}{100} = 980$$

قیمتِ فروخت 49000 + 980 = 49980 روپے

دُوسرا طریقہ : فرض کیا قیمتِ خرید = 100 روپے

نفع فیصد = 2 روپے

قیمتِ فروخت = $100 + 2 = 102$

اگر خرید 100 روپے ہو تو فروخت 102 روپے

" 1 " " " $= \frac{102}{100}$

" 49000 " " " $= \frac{49000 \times 102}{100}$

= 49980 روپے

قیمتِ خرید معلوم کرنا : TO FIND THE COST PRICE

اگر نفع یا نقصان فیصد اور قیمتِ فروخت دی ہُوئی ہو تو قیمتِ خرید معلوم کی جا سکتی ہے۔

مثال 3 : ایک سائیکل 550 روپے میں فروخت کرنے سے %10 نفع ہو تو قیمتِ خرید معلوم کریں۔

حل : قیمتِ فروخت 550 روپے

نفع فیصد = 10 روپے

فرض کیا خرید = x روپے

کل نفع = x کا %10

$$\frac{x \times 10}{100} = \frac{10x}{100}$$

اب قیمتِ خرید + نفع = قیمتِ فروخت

$$x + \frac{10x}{100} = 550$$

$$\frac{100x + 10x}{100} = 550$$

$$110x = 550 \times 100$$

$$x = \frac{550 \times 100}{110}$$

$$= 500$$

دُوسرا طریقہ :

فرض کیا قیمت خرید = 100 روپے

نفع فیصد = 10 روپے

قیمت فروخت = 100 + 10 = 110 روپے

اگر 110 روپے قیمتِ فروخت ہے تو قیمتِ خرید ہے = 100 روپے

" 1 " " " " " " = $\frac{100}{110}$

" 550 " " " " " " $^{5}\cancel{550} \times \frac{100}{\cancel{110}}$

= 500 روپے

مثال 4 : ایک گھڑی 800 روپے میں بیچنے سے 20 % نقصان ہوتا ہے۔ کل نقصان معلوم کریں۔

حل :

قیمتِ فروخت = 800 روپے

نقصان 20 %

فرض کرو قیمتِ خرید = 100 روپے

نقصان فیصد 20 % روپے

قیمتِ فروخت

100 − 20 = 80 روپے

اگر قیمتِ فروخت 80 روپے ہے تو قیمتِ خرید = 100 روپے

" " " " 1 " " = $\frac{100}{80}$

" " " 800 " " " " = $\frac{100}{\cancel{80}} \times \cancel{800}^{10}$ =

= 1000

کُل نقصان = $100\cancel{0} \times \frac{20}{10\cancel{0}}$

= 200 روپے

نوٹ : نفع یا نقصان ہمیشہ قیمتِ خرید پر ہوتا ہے۔

مثال 5 : ایک کُرسی 300 روپے میں فروخت کرنے سے 20 % نفع ہوتا ہے۔ کُل نفع معلوم کریں۔

حل : قیمتِ فروخت = 300 روپے

نفع = 20 %

فرض کرو قیمتِ خرید = 100 روپے

قیمتِ فروخت

$$100 + 20 = 120$$

اگر قیمتِ فروخت 120 ہے تو قیمتِ خرید ہے = 100 روپے

〃 〃 〃 〃 1 〃 = $\frac{100}{120}$

〃 〃 〃 〃 300 〃 = $\cancel{300}^{10} \times \frac{\cancel{100}^{25}}{\cancel{120}_{30}}$

= 250 روپے

$250 \times \frac{20}{100} =$

نفع = 50 روپے

مشق 6.5

(1) حامد نے ایک کار 16000 روپے میں خرید کر 12800 روپے میں فروخت کی۔ نقصان فیصد معلوم کریں۔

(2) ایک چیز 280 روپے میں فروخت کرنے سے 30 % نقصان ہوتا ہے۔ کُل نقصان معلوم کریں۔

(3) ایک گھڑی 700 روپے میں بیچنے سے 20 % نقصان ہوتا ہے۔ کُل نقصان معلوم کریں۔

(4) ایک کُرسی 180 روپے میں بیچنے سے 20 % نفع ہوتا ہے۔ کُل نفع معلوم کریں۔

(5) ایک چھتری 65 روپے میں بیچنے سے 30 % نفع ہوتا ہے۔ کُل نفع معلوم کریں۔

(6) 24 مارکر کی خرید 36 روپے اور فروخت 2 روپے فی مارکر ہو تو نفع یا نقصان فیصد معلوم کریں۔

(7) ایک گھڑی کی خرید 750 روپے اور فروخت 825 روپے ہو تو نفع فیصد معلوم کریں۔

(8) ایک ریڈیو کی خرید 2540 روپے اور فروخت 2413 روپے ہے۔ نقصان فیصد معلوم کریں۔

(9) ایک واٹر سیٹ 120 روپے میں خرید کر $12\frac{1}{2}$ % نفع پر بیچا۔ قیمتِ فروخت معلوم کریں۔

(10) ایک ہار 1200 روپے میں خرید کر 30 % نفع پر بیچا گیا۔ قیمتِ فروخت معلوم کریں۔

(11) ایک سائیکل 700 روپے میں خرید کر 35 % نقصان پر بیچا گیا۔ قیمتِ فروخت معلوم کریں۔

(12) ایک جُوتا 250 روپے میں خرید کر 10 % نقصان پر بیچا گیا۔ قیمتِ فروخت معلوم کریں۔

(13) قیمتِ خرید معلوم کریں جبکہ فروخت 24 روپے اور نفع 20 % ہو۔

(14) قیمتِ خرید معلوم کریں جبکہ فروخت 1320 روپے اور نفع 10 % ہو۔

(15) جمیل نے ایک کیمرہ 3450 روپے میں بیچا۔ اُسے 15 % نفع ہُوا۔ قیمت خرید معلوم کریں۔

(16) اگر فروخت 230 روپے اور نقصان 8 % ہو تو خرید معلوم کریں۔

(17) ایک بیگ 250 روپے میں خرید کر 4 % نقصان پر بیچا گیا۔ بیگ کی قیمت فروخت معلوم کریں۔

(18) ایک گھڑی 400 روپے میں خریدی گئی۔ اب 25 % نفع کمانے کے لیے کتنے میں فروخت کی جائے ؟

(19) ایک میز 150 روپے میں خریدی گئی۔ اب 20 % نفع کمانے کے لیے کتنے میں فروخت کی جائے ؟

(20) ایک چیز 240 روپے میں فروخت کرنے پر 20 % نفع ہُوا۔ قیمتِ خرید معلوم کریں۔

کمیشن : COMMISSION

منڈی وغیرہ میں بڑے بڑے تاجر و صنعت کار اپنے مال کو بیچنے کے لیے ایجنٹ یا دلال وغیرہ مُقرر کرتے ہیں۔ یہ ایجنٹ مال کو دُوسرے کے ہاتھ بیچتے ہیں اور مال کا چند فیصد اُجرت وصول کرتے ہیں۔ یہ اُجرت کمیشن کہلاتی ہے۔

مثال 1 : احمد نے ایک مکان 8950 روپے میں بیچا اور 2 % کمیشن ادا کی۔ بتائیے احمد کو کتنی رقم ملی ؟

حل :
قیمتِ فروخت = 8950 روپے

کمیشن = 2 %

8950 کا 2 %

$$\frac{8950 \times 2}{100} = 179$$

احمد کو جتنی رقم ملی

8950 – 179 = 8771 روپے

مثال 2 : 5 % کے حساب سے 25680 روپے کا کمیشن معلوم کریں۔

حل :
کل رقم = 25680 روپے

کمیشن 5 %

کمیشن کُل رقم کا 5 %

$$= \frac{5 \times 25680}{100} = 1284.00$$ روپے

مشق 6 . 6

(1) 45000 روپے کا $2\frac{1}{4}$ % کے حساب سے کمیشن معلوم کریں۔

(2) اگر $1\frac{1}{2}$ % کے حساب سے کمیشن 240 روپے ہو تو کُل رقم معلوم کریں۔

(3) 2150 روپے کا $7\frac{1}{2}$ فیصد کے حساب سے کمیشن معلوم کریں۔

(4) ایک مکان 12825 روپے میں بیچا گیا۔ اس پر $2\frac{1}{2}$ % کے حساب سے کمیشن ادا کیا گیا۔ بتائیں کُل کتنا کمیشن ادا کیا گیا۔

(5) احمد کو ایک سائیکل 1875 روپے میں بیچنے سے 5 % کمیشن ادا کرنا پڑا۔ کمیشن کی رقم معلوم کریں۔

(6) 675 روپے کا $6\frac{1}{4}$ % کے حساب سے کمیشن معلوم کریں۔

(7) ایک ایجنٹ 100000 روپے میں ایک زمین کا سودا کرا کر $4\frac{1}{2}$ % کمیشن وصول کرتا ہے۔ کمیشن کی رقم معلوم کریں۔

شراکت میں فیصد کا استعمال : USE OF PERCENTAGE IN PARTNERSHIP

شراکت کے متعلق آپ چھٹی جماعت میں پڑھ چکے ہیں۔ ہم شراکت کے سوالات میں فیصد کا استعمال بھی کر سکتے ہیں۔ مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1 : ایک کاروبار میں ا ، ب ، ج کو 800 روپے نفع ہُوا۔ ا نے کل منافع کا 20 % ، ب نے 30 % اور ج نے 50 % وصُول کیا۔ ہر ایک کا نفع معلوم کریں۔

حل : کُل نفع = 800 روپے

نفع میں ا کا حصّہ = کل نفع کا 20 %

$$\frac{800 \times 20}{100} = 160$$

= 160 روپے

نفع میں ب کا حصّہ = کل نفع کا 30 %

$$\frac{800 \times 30}{100} = 240$$

= 240 روپے

نفع میں ج کا حصّہ = کل نفع کا 50 %

$$\frac{800 \times 50}{100} = 400$$

= 400 روپے

مثال 2 : عمران ، نعمان اور لقمان نے بالترتیب 320 روپے ، 400 روپے اور 480 روپے لگا کر کاروبار کیا۔ انھیں 300 روپے نفع ہُوا۔ ہر ایک کا نفع فیصد میں معلوم کریں۔

حل :

عمران : نعمان : لقمان

320 : 400 : 480

4 : 5 : 6 (مختصر کرنے سے)

نسبتی مجموعہ 4 + 5 + 6 = 15

کُل نفع = 300 روپے

عمران کا نفع

$\frac{300 \times 4}{15} = 80$

اگر کُل نفع 300 روپے ہو تو عمران کا حصّہ = 80 روپے

$\frac{80}{300} =$ 〃 〃 〃 1 〃

$\frac{80 \times 100}{300}$ 〃 〃 〃 〃 100 〃 〃

$= \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}$ %

عمران کا نفع % $26\frac{2}{3}$

نعمان کا حصّہ = $\frac{300 \times 5}{15}$

$= 100$

اگر کُل نفع 300 روپے ہو تو نعمان کا حصّہ = 100 روپے

$\frac{100}{300} = 33\frac{1}{3}$ 〃 〃 〃 〃 1 〃 〃

$\frac{100 \times 100}{300} =$ 〃 〃 〃 〃 100 〃 〃

$\frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$%

نعمان کا نفع % $33\frac{1}{3}$

لقمان کا حصّہ = $\frac{300 \times 6}{15}$

= 120 روپے

اگر کُل نفع 300 روپے ہو تو لقمان کا حصّہ = 120 روپے

$\frac{120}{300}$ = 〃 〃 〃 〃 1 〃 〃

$\frac{120 \times 100}{300}$ = 〃 〃 〃 〃 100 〃 〃

$= 40$

لقمان کا نفع % 40

مشق 6.7

(1) مجید اور حنیف نے ایک کاروبار میں 800 روپے نفع کمایا اور بالترتیب 25 % اور 75 % وصول کیا۔ ہر ایک کا منافع معلوم کریں۔

(2) ا ، ب ، ج نے ایک کاروبار میں 20,000 روپے نفع کمایا۔ یہ نفع ان میں بالترتیب 10 % ، 30 % اور 60 % کے حساب سے تقسیم کریں۔

(3) بشیر اور نذیر نے بالترتیب 4000 روپے اور 3000 روپے لگا کر تجارت شروع کی اور انھیں 2100 روپے نفع ہُوا۔ ہر ایک کا نفع % معلوم کریں۔

(4) ا نے 600 اور ب نے 100 روپے لگا کر تجارت شروع کی۔ انھیں 240 روپے نفع ہُوا ہر ایک کا نفع % معلوم کریں۔

(5) ا نے 400 اور ب نے 300 روپے لگا کر تجارت شروع کی۔ اگر انھیں 210 روپے نفع ہُوا ہو تو ہر ایک کا حصّہ فیصد میں معلوم کریں۔

(6) ا ، ب ، ج کو تجارت میں 600 روپے نفع ہُوا۔ ا کا سرمایہ 2000 روپے، ب کا سرمایہ 3000 روپے اور ج کا سرمایہ 5000 روپے ہو تو ا ، ب ، ج کا نفع % معلوم کریں۔

(7) رفیق نے 500 روپے اور حمید نے 400 روپے لگا کر کاروبار شروع کیا۔ رفیق کا سرمایہ پورے سال لگا رہا لیکن حمید نے 10 ماہ کے بعد اپنا سرمایہ واپس لے لیا۔ اگر سال کے بعد 225 روپے نقصان ہُوا ہو تو ہر ایک کا نقصان فیصد معلوم کریں۔

زکوٰة : ZAKAT

مُسلمان اپنے مال، نقدی ، سونے چاندی وغیرہ پر ہر سال زکوٰة ادا کرتے ہیں، جس کی شرح $2\frac{1}{2}$ % ہے۔

مثال 1 : 25000 روپے پر $2\frac{1}{2}$ % شرح سے زکوٰة معلوم کریں۔

حل :

کُل رقم = 25000 روپے

زکوٰۃ کی شرح $2\frac{1}{2}\%$ یا $\frac{5}{2}\%$

زکوٰۃ کُل رقم کا $\frac{5}{2}\%$

$$\frac{5 \times 25000}{2 \times 100} = 625$$

= 625 روپے

مثال 2 : جمیل کے پاس 20,000 روپے نقد ، 50,000 روپے کے زیورات اور 60,000 روپے تجارت کا سال بھر رہا۔ وہ کتنی زکوٰۃ ادا کرے گا ؟

حل :

نقد رقم 20,000 روپے

زیورات کی مالیت = 50,000 روپے

تجارت کی رقم = 60,000 روپے

کُل رقم = 130000 روپے

زکوٰۃ کی شرح $2\frac{1}{2}\%$ یا $\frac{5}{2}\%$

زکوٰۃ کی رقم = کُل رقم کا $\frac{5}{2}$

$$= \frac{5 \times 130000}{2 \times 100}$$

= 3250 روپے

مشق 6.8

(نوٹ : زکوٰۃ کی شرح $2\frac{1}{2}\%$ سالانہ ہوتی ہے)

(1) فرحان کے پاس 20,000 روپے ایک سال تک رہے۔ بتائیے $2\frac{1}{2}\%$ کے حساب سے کتنی زکوٰۃ بنتی ہے ؟

(2) 32000 روپے پر کتنی زکوٰۃ ادا کرنی پڑے گی ؟

(3) رفیعہ کے پاس 12000 روپے نقد، 5000 روپے کے زیورات سال بھر رہے۔ اس پر کتنی زکوٰۃ بنتی ہے ؟

(4) حامد نے 245.50 روپے زکوٰۃ ادا کی۔ بتائیے سال بھر کتنی رقم اُس کے پاس جمع رہی ؟

(5) بلال نے 123 روپے زکوٰۃ ادا کی۔ بتائیے سال بھر کتنی رقم اس کے پاس رہی ؟

(6) ساجدہ کے پاس نقدی کے علاوہ 6000 روپے مالیت کا سونا چاندی پورے سال رہا۔ سال کے خاتمے پر اس نے 200 روپے زکوٰۃ ادا کی۔ بتائیے نقد رقم کتنی تھی ؟

(7) اِقبال نے 400 روپے زکوٰۃ ادا کی۔ کُل رقم معلوم کریں۔

باب 7

الجبرا

ALGEBRA

چھٹی جماعت میں آپ جملوں کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔ اعادہ کے لیے مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1 : اگر $a = 5$ ، $b = 2$

ہو تو مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $a^2 + b^2$ (ii) $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$ (iii) $a^2 - ab + b^2$

حل : (i) $a^2 + b^2$

$a^2 + b^2 = (5)^2 + (2)^2$ (a اور b کی دی گئی قیمتیں درج کرنے سے)

$= 25 + 4$

$= 29$

(ii) $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$

$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (5)^3 + 3(5)^2 + 3(5) + 1$ (a اور b کی دی گئی قیمتیں درج کرنے سے)

$= 125 + 3(25) + 3(5) + 1$

$= 125 + 75 + 15 + 1$

$= 216$

(iii) $a^2 - ab + b^2$

$a^2 - ab + b^2 = (5)^2 - (5)(2) + (2)^2$ (a اور b کی قیمتیں درج کرنے سے)

$= 25 - (5)(2) + 4$

$= 25 - 10 + 4$

$= 19$

مشق 7.1

I - اگر $a = 2$ ، $b = 7$ ہو تو مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $a^2 + 2ab + b^2$ (ii) $a^3 + b^3$

(iii) $a^3 + 3a^2 b + 3ab^2$ (iv) $5a^2 + 3b^2$

(v) $\frac{a^2 + b^2}{b}$ (vi) $\frac{a^3 + b^3 + 3ab}{5ab}$

II - اگر $x = 5$ ہو تو مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $x^2 + 2x + 1$ (ii) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

(iii) $x^3 - 1$ (iv) $x^3 + 1$

(v) $x^2 - 1$ (vi) $x^2 + 2x + 1$

III - اگر $y = 1$ ہو تو مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $y^5 + y^4 + y^3 + y^2 + 1$

(ii) $5y^5 - 4y^4 - 3y^3 + 2y^2 + 1$

مُفرد جملوں کی جمع ADDITION OF SINGLE TERM EXPRESSIONS

مثال 1: $2a$ ، $3a$ کو جمع کریں۔

حل: $2a + 3a$

$= 2 \times a + 3 \times a$

$= (2 + 3)a$ (ضرب کی خاصیت تقسیمی)

$= 5a$

یا مختصراً $2a + 3a$

$= 5a$

مثال 2 ، $2a + 3a + 8a$ کو مختصر کریں۔

حل :

$2a + 3a + 8a$

$= 2 \times a + 3 \times a + 8 \times a$

$= (2 + 3 + 8)\, a$ (ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع)

$= 13a$

مثال 3 : $5b, 4a,$ اور $2a$ کو جمع کریں۔

حل :

$4a + 5b + 2a$

$= 4 \times a + 5 \times b + 2 \times a$

$= (4 + 2)\, a + 5 \times b$

$= 6a + 5b$

مثال 4 : $2a$ ، $3b$ اور $5b$ کو جمع کریں۔

حل :

$2a + 3b + 5b$

$= 2 \times a + 3 \times b + 5 \times b$

$= 2a + (3 + 5)\, b$

$= 2a + 8b$

مثال 5 : $3b$ ، $5a$ ، $3b$ ، $4a$ کو جمع کریں۔

حل :

$4a + 3b + 5a + 3b$

$= 4a + 5a + 3b + 3b$

$= (4 + 5)\, a + (3 + 3)\, b$

$= 9a + 6b$

مثال 6 : $5a^3 + 8a^3$ کو مختصر کریں۔

حل ،

$5a^3 + 8a^3 = (5 + 8)\, a^3$

$= 13a^3$

مثال 7 : $9ab - 7ab$ کو مختصر کریں۔

حل :

$$9ab - 7ab$$
$$= (9 - 7)\,ab$$
$$= (2)\,ab$$

مثال 8 : $10a^2 - 12a^2$ کو مختصر کریں۔

حل :

$$10a^2 - 12a^2$$
$$= (10 - 12)\,a^2$$
$$= (-2)\,a^2$$ (سمتی اعداد کے اصول کے مطابق)
$$= -2a^2$$

"ان مثالوں سے پتہ چلتا ہے کہ دو ہم قسم رقموں کا مجموعہ ایک ایسی رقم ہوتی ہے جس میں متغیر کا عددی سر دونوں عددی سروں کا مجموعہ ہوتا ہے۔"

مثال 9 : $5a^3 + 8a^3$ کو حل کریں۔

حل :

$$5a^3 + 8a^3$$
$$= (5 + 8)a^3$$
$$= 13a^3$$

وضاحت : $5a^3$ اور $8a^3$ ہم قسم رقمیں ہیں۔ $5a^3$ میں a^3 کا عددی سر 5 اور $8a^3$ میں a^3 کا عددی سر 8 ہے۔ پس ان رقموں کے مجموعہ میں a^3 کا عددی سر ان عددی سروں کا مجموعہ $13 = (5 + 8)$ ہے۔

مثال 10 : $-3c - 8c$ کو مختصر کریں۔

حل :

$$-3c - 8c$$
$$= (-3 - 8)c$$

$= (-11)\, c$ (سمتی اعداد کے اصول کے مطابق)

$= -11c$

مختصراً $-3c - 8c = -11c$

مثال 11: $6a + 5a - 4a$ کو مختصر کریں۔

حل:

$6a + 5a - 4a$

$= (6 + 5)\, a - 4a$

$= 11a - 4a$

$= (11 - 4)a$

$= 7a$

مثال 12: $7a^2 - 5a^2 + 8a^2 - 6a^2$ کو حل کریں۔

حل:

$7a^2 - 5a^2 + 8a^2 - 6a^2$

$= (7 + 8)\, a^2 - (5 + 6)\, a^2$

$= 15a^2 - 11a^2$

$= 4a^2$

یا یوں بھی کر سکتے ہیں۔

$7a^2 - 5a^2 + 8a^2 - 6a^2$

$= (7 - 5 + 8 - 6)a^2$

$= (2 + 2)a^2$

$= 4a^2$

نوٹ: ہم صرف "ہم قسم رقموں" کے عددی سروں کو جمع کر سکتے ہیں۔
جن رقموں کے متغیرات مختلف ہوں اُن کے عددی سر جمع نہیں ہو سکتے ہیں مثلاً
$5b$ اور $6a$ میں 5 اور 6 جمع نہیں ہو سکتے ہیں۔
یا جن رقموں کے متغیرات کے درجے مختلف ہوں ان کے عددی سر بھی جمع نہیں ہو سکتے
مثلاً $3a^2$ اور $6a$ میں 3 اور 6 جمع نہیں ہو سکتے۔

مشق 7.2

مندرجہ ذیل کو جمع کریں۔

(1) a, a (2) $5a, 6a$

(3) $8a , 7a$ (4) $22x , 11x$

(5) $a^2 , 5a^2$ (6) $-4a^2 , 5a^2$

(7) $-8a^2 , -6a^2$ (8) $-10a^2 , 4a^2$

(9) $2ab , 8ab$ (10) $10bd , 8bd$

مندرجہ ذیل کو مختصر کریں۔

(11) $a + a + a$ (12) $4a^2 - 3a^2 + 5a^2$

(13) $4a + 5b + 6a$ (14) $5a^2 + 6b^2 + 7a^2 - 3b^2$

کو مختصر کریں

(15) $ab + 3ab + 4ab$ (16) $2n + 5n - 6n$

(17) $8n^2 - 5n^2 - 10n^2$ (18) $7ab + 5ab - 8ab$

ADDITION OF COMPOUND ALGEBRAIC EXPRESSIONS مرکب جملوں کی جمع

مثال 1 : $5a + b$ اور $3a + 2b$ کا مجموعہ معلوم کریں۔

حل :

پہلا جملہ	$5a + b$
دوسرا جملہ	$3a + 2b$
دونوں کا مجموعہ	$8a + 3b$

مثال 2 : $3ab - 4cd$ اور $8ab + 5cd$ کا مجموعہ معلوم کریں۔

حل :

پہلا جملہ	$3ab - 4cd$
دوسرا جملہ	$8ab + 5cd$
دونوں کا مجموعہ	$11ab + cd$

مثال 3 : $6a - 8b - 7c$ اور $5a + 4b - 6c$ کا مجموعہ معلوم کریں۔

حل :

پہلا جملہ	$6a - 8b - 7c$
دوسرا جملہ	$5a + 4b - 6c$
دونوں کا مجموعہ	$11a - 4b - 13c$

مثال 4 : $6x - 7y + 8z$ ، $2x + 7y - 6z$ اور $3x - 4y + 7z$ کا مجموعہ معلوم کریں۔

حل :

$$\begin{array}{r} 6x - 7y + 8z \\ 2x + 7y - 6z \\ 3x - 4y + 7z \\ \hline 11x - 4y + 9z \end{array}$$

مثال 5 : $4x^2 + 5xy + y^2$ ، $-3x^2 - 6y^2$ اور $8xy + 5y^2$ کو جمع کریں۔

حل :

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 5xy + y^2 \\ -3x^2 + 0 - 6y^2 \\ 0 + 8xy + 5y^2 \\ \hline x^2 + 13xy + 0 \end{array}$$

مثال 6 : $9a - 3b + 5c + 7a + 8b - 4c + 3b + 9c$ کو مختصر کریں۔

حل :

$$\begin{array}{r} 9a - 3b + 5c \\ 7a + 8b - 4c \\ 0 + 3b + 9c \\ \hline 16a + 8b + 10c \end{array}$$

مثال 7 : $a^2 + b^2 + c^2 - 2a^2 - 2b^2 + a^2 + b^2 - c^2$ کو مختصر کریں۔

حل :

$$\begin{array}{r} a^2 + b^2 + c^2 \\ -2a^2 - 2b^2 + 0 \\ a^2 + b^2 - c^2 \\ \hline 0a^2 + 0b^2 + 0c^2 = 0 \end{array}$$

یا

$$\begin{array}{c} a^2 + b^2 + c^2 \\ -2a^2 - 2b^2 + 0 \\ a^2 + b^2 - c^2 \\ \hline (1-2+1)a^2 + (1-2+1)b^2 + (1-1)c^2 \\ 0a^2 + 0b^2 + 0c^2 \\ 0 + 0 + 0 = 0 \end{array}$$

مثال 8 : $a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2a^2 - 2b^2 + a^2 + b^2 - c^2$ کو مختصر کریں۔

حل

$$\begin{array}{c} a^2 + 2b^2 + 2c^2 \\ -2a^2 - 2b^2 \\ a^2 + b^2 - c^2 \\ \hline (1-2+1)a^2 + (2-2+1)b^2 + (2-1)c^2 \\ = (0)a^2 + (1)b^2 + (1)c^2 \\ = b^2 + c^2 \end{array}$$

یا مختصراً

$$\begin{array}{c} a^2 + 2b^2 + 2c^2 \\ -2a - 2b^2 \\ a^2 + b^2 - c^2 \\ \hline (0)a^2 + (1)b^2 + (1)c^2 \\ = b^2 + c^2 \end{array}$$

مشق 7.3

جمع کریں۔

(1) $5a - 7b$, $6a + 5b$

(2) $-3x - 4y$, $4x + 6y$

(3) $8ab - 8cd$, $9ab + 10cd$

(4) $-7ab + 5cd$, $8ab - 2cd$

(5) $ab + 4cd + 6ad$, $8ab + 5cd - 6ad$

(6) $8ab + 4ef + 5cd$, $7ab - 3ef + 6cd$, $5ab + 4ef$

(7) $x^2 + 3yz$, $4x^2 - 3yz$

(8) $4x^2 + 5yz$, $3x^2 - 3yz$, $5x^2 + 3yz$

(9) $x^2 + 5xy + y^2$, $4x^2 + 6xy$, $4x^2 - 3xy + 4y^2$

(10) $x^2 + 6gh + h$, $4x^2 + h^2$, $6x^2 - 5gh$

حل کریں۔

(11)
$$\begin{array}{r} 4a + 3b + 5ab \\ 5a - 6b + 7ab \\ \hline \end{array}$$

(12)
$$\begin{array}{r} -3f + 5m + 6n \\ 4f - 7m - 8n \\ +7f + 2m - 7n \\ \hline \end{array}$$

(13)
$$\begin{array}{r} 14fm - 15mn + 10nk \\ 13fm + 14mn - nk \\ -5fm \qquad + 3nk \\ \hline \end{array}$$

(14)
$$\begin{array}{r} 2a^2 - 3b^2 \\ 4a^2 + 5b^2 \\ +5a^2 - 8b^2 \\ \hline \end{array}$$

(15) $-2a^2 - 3b^2 - 2c^2 + a^2 + b^2 - 2c^2 + 4a^2 - 3b^2 + 2c^2$

(16) $5fm - 2nk + 3nv + 4fm + 5nk - 3nv + 5fm + 6nk - 4nv$.

SUBTRACTION OF ALGEBRAIC EXPRESSIONS — الجبری جملوں کی تفریق

ہم جانتے ہیں کہ تفریق جمع کا معکوس عمل ہے اور یہ بھی جانتے ہیں کہ

مثبت اعداد کے مطابق، $5 - 3 = 5 + (-3)$

اسی طرح $a - b = a + (-b)$

یعنی a میں سے b تفریق کرنے کے لیے ہم a میں b کا جمعی معکوس یعنی $-b$ جمع کر سکتے ہیں

اسی طرح

$$(a + b) - (c + d) = (a + b) + (-c - d)$$

پس ایک جملے سے دوسرے جملے کو تفریق کرنے کے لیے ہم دوسرے جملے کے رقموں کی علامات تبدیل کرکے انھیں پہلے جملے میں جمع کر دیں گے ۔

مثال 1 : 15a میں سے 7a کو تفریق کریں۔

حل :

$$15a - 7a = 15a + (-7a) = (15 - 7)a = 8a$$

یا

$$\begin{array}{r} 15a \\ -\ 7a \\ \hline 8a \end{array}$$

مثال 2 : 15a میں سے 17a کو تفریق کریں۔

حل :

$$15a - 17a = (15 - 17)a = (-2)a = -2a$$

یا

$$\begin{array}{r} 15a \\ -\ 17a \\ \hline -\ 2a \end{array}$$

مثال 3 : 15a میں سے 17a– کو تفریق کریں۔

حل :

$$= 15a - (-17a) = 15a + 17a = (15 + 17)a = 32a$$

یا

$$\begin{array}{r} 15a \\ \underset{+}{-}\ 17a \\ \hline 32a \end{array}$$

مثال 4 : 2a + 5b میں سے 3a – 8b کو تفریق کریں۔

حل :

پہلا جملہ $2a + 5b$

دوسرا جملہ $3a - 8b$

$$\begin{array}{r} 2a + 5b \\ 3a - 8b \\ - \quad + \\ \hline -a + 13b \end{array}$$

مثال 5 - $6a^2 - 5a + 8$ تفریق کریں۔ $9a^2 + 4a - 15$ میں سے

حل :

$$\begin{array}{r} 6a^2 - 5a + 8 \\ 9a^2 + 4a - 15 \\ - \quad - \quad + \\ \hline -3a^2 - 9a + 23 \end{array}$$

مثال 6 - $6ab + 7bc - 9$ میں کیا جمع کیا جائے کہ حاصل جمع $4ab - 8bc - 10$ آئے۔

حل : مطلوبہ جملہ معلوم کرنے کے لیے ہم $4ab - 8bc - 10$ اور $6ab + 7bc - 9$ کا فرق معلوم کریں گے۔

$$\begin{array}{r} 4ab - 8bc - 10 \\ 6ab + 7bc - 9 \\ - \quad - \quad + \\ \hline -2ab - 15bc - 1 \end{array}$$

پس مطلوبہ جملہ $-2ab - 15bc - 1$

نوٹ : صرف ہم قسم رقموں کے عددی سروں کو تفریق کیا جا سکتا ہے۔

مثال 7 - $5a^2 - 6a + 9$ میں سے $4a^2 - 1$ کو تفریق کریں۔

حل :

$$\begin{array}{r} 5a^2 - 6a + 9 \\ 4a^2 \quad\quad - 1 \\ - \quad\quad + \\ \hline a^2 - 6a + 10 \end{array}$$

مثال 8 : $5a^2 - 6a + 9$ میں سے $5a^2 + 9$ تفریق کریں۔

حل :

$$\begin{array}{r} 5a^2 - 6a + 9 \\ 5a^2 \quad\quad + 9 \\ - \quad\quad - \\ \hline 0 - 6a + 0 \end{array}$$

مثال 9 - $5a^2 - 5a + 6$ میں سے $5a^2 - 4a + 3$ تفریق کریں۔

حل

$$\begin{array}{r} 5a^2 - 5a + 6 \\ 5a^2 - 4a + 3 \\ - \quad + \quad - \\ \hline 0 \quad - a + 3 = - a + 3 \end{array}$$

مشق 7.4

تفریق کریں۔

(1) $\begin{array}{r} 4a \\ 8a \\ \hline \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 9fm \\ 8fm \\ \hline \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} -7ab \\ +12ab \\ \hline \end{array}$

(4) $\begin{array}{r} 3a^2 \\ -6a^2 \\ \hline \end{array}$ (5) $\begin{array}{r} 4a^2 \\ -8a^2 \\ \hline \end{array}$ (6) $\begin{array}{r} 36f^2m^2 \\ -15f^2m^2 \\ \hline \end{array}$

(7) $\begin{array}{r} 5a + 6b - 3c \\ -8a + 2b + 2c \\ \hline \end{array}$ (8) $\begin{array}{r} a - 5b + 6c \\ -2a + 7b - 8c \\ \hline \end{array}$

(9) $\begin{array}{r} 1 - f + m + 3k \\ 5 + 5f + 3m - 7k \\ \hline \end{array}$ (10) $\begin{array}{r} f^2 + m^2 + n^2 \\ -3f^2 + 4m^2 - n^2 \\ \hline \end{array}$

(11) $5f^2 - 6fm + 3m^2$ میں سے $8f^2 - 4fm + 3m^2$ کو تفریق کریں۔

(12) $9a - 5b + c$ میں کیا جمع کیا جائے کہ مجموعہ $10a + 8b - c$ حاصل ہو۔

(13) $4ab + 5bc - 7ac$ میں کیا جمع کیا جائے کہ مجموعہ $6ab - 3bc + ac$ حاصل ہو۔

(14) $4a^2 - 7a + 8$ میں سے $-5a^2 + 8a - 7$ تفریق کریں۔

(15) مختصر کریں۔

$$(4a^2 + ab + 5) - (5a^2 + 6ab - 6)$$

الجبری جملوں کی ضرب : MULTIPLICATION OF ALGEBRAIC EXPRESSIONS

ہم جانتے ہیں کہ

$a \times a = a^2$ (a کی دو یا a کا مربع)

$a \times a \times a = a^3$ (a کی تین یا a کا مکعب)

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1 -

$$a^2 \times a^3 = (a \times a) \times (a \times a \times a)$$
$$= a \times a \times a \times a \times a$$
$$= a^5$$
$$a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$$

مثال 2 -

$$b^3 \times b^4 = (b \times b \times b) \times (b \times b \times b \times b)$$
$$= b \times b \times b \times b \times b \times b \times b$$
$$= b^7$$
$$b^3 \times b^4 = b^{3+4} = b^7$$

مثال 3 -

$$x^7 \times x = (x \times x \times x \times x \times x \times x \times x) \times x$$
$$= x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x$$
$$= x^8$$
$$x^7 \times x^1 = x^{7+1}$$
$$= x^8$$

مندرجہ بالا مثالوں سے معلوم ہُوا کہ ایک ہی اساس کی قوتوں کا حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے ان کے قوت نماؤں کو جمع کر دیتے ہیں۔

ہم سمتی اعداد میں علامتوں کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔ علامتوں کے یہ قانون جبری جملوں کی ضرب کے لیے بھی درست ہیں۔

$$(+a)\ (+b) = (+ab) = ab$$
$$(-a)\ (-b) = (+ab) = ab$$

$$(+a)(-b) = (-ab) = -ab$$

$$(-a)(+b) = (-ab) = -ab$$

یعنی " دو اعداد کا حاصل ضرب مثبت ہوتا ہے۔ جب دونوں اعداد مثبت یا منفی ہوں اور دو اعداد کا حاصل ضرب منفی ہوتا ہے جب ان میں سے ایک عدد مثبت اور ایک منفی ہو۔"

مثال 1 - $4a$ کو 8 سے ضرب دیں۔

حل $(4a) \times 8$ (ضرب کی خاصیت مبادلہ)

$= (4 \times a) \times 8$

$= (4 \times 8) \times a$ (ضرب کی خاصیت تلازم)

$= 32a$

مثال 2 - $2a$ کو $-4b$ سے ضرب دیں۔

حل : $(2a) \times (-4b)$

$= (2 \times a) \times (-4 \times b)$

$= -4 \times (2 \times a) \times b$

$= (-4 \times 2)\, a \times b$

$= -8ab$

مختصراً

$$\begin{array}{r} 2a \\ \times\,(-4b) \\ \hline -8ab \end{array}$$

مثال 3 - $-16a$ کو $4a$ سے ضرب دیں۔

حل : $(-16a) \times 4a$

$= 4\,(-16a) \times a$

$= -64a \times a$

$= -64a^2$

مختصراً

$$\begin{array}{r} -16a \\ \times\,4a \\ \hline -64a^2 \end{array}$$

مثال 4 - $5a^2 b^3 c^4$ اور $-2bc$ کا حاصل ضرب معلوم کریں۔

حل :

$= (5a^2 b^3 c^4) \times (-2bc)$

$= (5) \times (-2) \times a^2 \times (b^3 \times b^1) \times (c^4 \times c^1)$

$= -10a^2 \times b^{3+1} \times c^{4+1}$

$= -10a^2 b^4 c^5$

یا

$$\begin{array}{r} 5a^2 b^3 c^4 \\ \times\ -2bc \\ \hline -10a^2 b^{3+1} c^{4+1} \\ = -10a^2 b^4 c^5 \end{array}$$

مشق 7.5

ضرب دیں۔

(1) $4a, 4$ (2) $-8, 5b$ (3) $8, -3b$

(4) a, b (5) $4a, 5b$ (6) $7ab, -5a$

حاصل ضرب معلوم کریں۔

(7) $-ab \times -5ab$ (8) $-f \times -m \times f$

مختصر کریں۔

(9) $a \times a^2 \times a^3$ (10) $abc \times 5a^2 b^2 c^2 \times 6abc$

(11) $-3ab^2 c \times a^2 bc^2$ (12) $5f^3 k \times \frac{1}{5} f^2 km^2$

(13) $a^4 \times -16$ (14) $(-a)(b) \times (-a^4)(b^3)$

(15) $x^2 \times \frac{1}{x^2} \times (-m^5)$ (16) $-3abd \times a^2 c^2 d^3$

مثال 1 - $4a^3 - 3a^2 + 3$ کو 4 سے ضرب دیں۔

حل:

$$\begin{array}{r} 4a^3 - 3a^2 + 3 \\ \times\ 4 \\ \hline 16a^3 - 12a^2 + 12 \end{array}$$

مثال 2 - $4a^3 - 3a^2 + 3$ کو $-4a$ سے ضرب دیں۔

حل:

$$\begin{array}{r} 4a^3 - 3a^2 + 3 \\ \times\ -4a \\ \hline -16a^4 + 12a^3 - 12a \end{array}$$

مثال 3 - $a + b$ کو $a + b$ سے ضرب دیں۔

حل

$$\begin{array}{l} a + b \\ a + b \\ \hline a^2 + ab \\ \quad + ab + b^2 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

$a^2 + ab$ ← --- ($a + b$ کو a سے ضرب دی)

$+ ab + b^2$ ← --- ($a + b$ کو b سے ضرب دی)

$a^2 + 2ab + b^2$ ← -- (ہم قسم رقوم کو جمع کیا)

مثال 4 - $a^2 + 2ab + b^2$ کو $a + b$ سے ضرب دیں۔

حل

$$\begin{array}{l} a^2 + 2ab + b^2 \\ a + b \\ \hline a^3 + 2a^2 b + ab^2 \\ \quad + a^2 b + 2ab^2 + b^3 \\ \hline a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3 \end{array}$$

$a^3 + 2a^2 b + ab^2$ ← --- ($a^2 + 2ab + b^2$ کو a سے ضرب دی)

$+ a^2 b + 2ab^2 + b^3$ ← --- ($a^2 + 2ab + b^2$ کو b سے ضرب دی)

$a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$ ← -- (ہم قسم رقوم کو جمع کیا)

مثال 5 - $(a + b) \times (a - b)$ کو حل کریں۔

حل

$$\begin{array}{l} a + b \\ a - b \\ \hline a^2 + ab \\ \quad - ab - b^2 \\ \hline a^2 + 0 - b^2 \end{array}$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

مثال 6 - $a^3 + a^2 + a^4$ کو $a - 2$ سے ضرب دیں۔

حل پہلے جملے کی ترتیب درست کرنے سے (a کی طاقت بتدریج کم کرنے سے)

$$a^4 + a^3 + a^2$$

اب دونوں جملوں کو ضرب دیں

$$\begin{array}{l} a^4 + a^3 + a^2 \\ a - 2 \\ \hline a^5 + a^4 + a^3 \\ \quad - 2a^4 - 2a^3 - 2a^2 \\ \hline a^5 - a^4 - a^3 - 2a^2 \end{array}$$

پس

$$(a^4 + a^3 + a^2)(a - 2) = a^5 - a^4 - a^3 - 2a^2$$

جبری جُملوں کی ترتیب

مندرجہ ذیل جملوں پر غور کریں۔

$(1)\ a^4 + a^3 + a^2 + 5a + 3a^0$

$(2)\ 3 + 5a + a^2 + a^3 + a^4$

$(3)\ 3 + a^2 + 5a + a^3 + a^4$

(1) میں پانچ رقمیں ہیں۔ پہلی رقم a^4 ، دوسری رقم a^3 ، تیسری رقم a^2 ، چوتھی رقم $5a^1$ اور پانچویں رقم $3a^0$ جو کہ 3 ہے۔ (کیونکہ کسی متغیر کی صفرویں طاقت اس مقدار کو 1 کے برابر کر دیتی ہے)

یہاں متغیر a کی طاقت بتدریج کم ہوتی جاتی ہے یعنی پانچوں رقوم میں a کی طاقتوں کی ترتیب یوں ہے۔

4, 3, 2, 1, 0

پس کسی جملے کی ایسی ترتیب جس میں متغیر کی طاقت بتدریج کم ہوتی جاتی ہے۔ جُملہ کی ترتیب نزولی کہلاتی ہے (یعنی زیادہ سے کم)

(2) میں پہلی رقم 3 یا $3a^0$ ، دوسری رقم $5a$ ، تیسری رقم a^2 ، چوتھی رقم a^3 اور پانچویں رقم a^4 ہے۔ یہاں متغیر a کی طاقتیں بتدریج زیادہ ہوتی جاتی ہیں یعنی طاقتوں کی ترتیب یُوں ہے۔

0, 1, 2, 3, 4

پس کسی جملے کی ایسی ترتیب جس میں متغیر کی طاقت بتدریج زیادہ ہوتی جاتی ہے۔ جملہ کی ترتیب صعودی کہلاتی ہے (یعنی کم سے زیادہ)

(3) میں پانچ رقوم ہیں۔ پہلی رقم $3a^0$ یا 3 ہے دوسری رقم a^2 ، تیسری رقم $5a$ ، چوتھی رقم a^3 اور پانچویں a^4 ، لیکن یہاں متغیر کی طاقتیں بے ترتیب ہیں۔ ان کی ترتیب یوں ہے۔

4, 3, 1, 2, 0

اس لیے اس جملے کی ترتیب نہ نزولی ہے نہ صعودی۔

اگر اس جملے کو ترتیبِ صعودی میں لکھنا چاہیں تو یوں لکھیں گے۔

$3 + 5a + a^2 + a^3 + a^4$

اور اگر اس جملے کو ترتیبِ نزولی میں لکھیں تو ترتیب یُوں ہو گی۔

$$a^4 + a^3 + a^2 + 5a + 3$$

مثال 6 - $a^5 - 2a + 4a^3 + a^4 - a^2 + 6$

کو $a + 2$ سے ضرب دیں۔

نیز حاصل ضرب کو ترتیب نزولی اور ترتیب صعودی میں لکھیں۔

حل : (جملے کو ترتیبِ نزولی میں لکھا) $a^5 + a^4 + 4a^3 - a^2 - 2a + 6$

$$\begin{array}{r} a^5 + a^4 + 4a^3 - a^2 - 2a + 6 \\ a + 2 \\ \hline a^6 + a^5 + 4a^4 - a^3 - 2a^2 + 6a \\ + 2a^5 + 2a^4 + 8a^3 - 2a^2 - 4a + 12 \\ \hline a^6 + 3a^5 + 6a^4 + 7a^3 - 4a^2 + 2a + 12 \end{array}$$

حاصل ضرب ترتیب نزولی میں ہے۔ اب اسے ترتیبِ صعودی میں لکھیں گے تو جملہ یُوں ہوگا۔

$$12 + 2a - 4a^2 + 7a^3 + 6a^4 + 3a^5 + a^6$$

مشق 7.6

ضرب دیں۔

(1) $a - b, 6$

(2) $2a + 5b, 6a$

(3) $a^2 - b^2, 6a$

(4) $ab - bc + ca, 6ab$

(5) حاصل ضرب معلوم کریں۔

$$(a^2 b^3 + b^4 c + c^2) \times (abc)$$

حل کریں۔

(6) $(a + b)(a - b)$

(7) $(2f - m)(2f - m)$

(8) $(2f + m)(2f - m)$

(9) $(3a + 5b)(3a - 5b)$

(10) $(f^2 + 2fm + m^2)(f - m)$

(11) $(a^2 - b^2)(a - b)$

(12) $(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)$

(13) $(a^2 + 2ab + b^2)(a + b)$

ضرب دیں اور ترتیبِ نزولی میں لکھیں۔

(14) $a - 2a^3 + a^2 + a^4 - 2 , a + 2$

(15) $4 + 2a + a^2 , a - 2$

(16) $1 + 2x + x^2 , x + 2$

جبری جملوں کی تقسیم :

ہم جانتے ہیں کہ

$6 \div 2 = \frac{6}{2} = 3$ (کیونکہ $2 \times 3 = 6$)

اِسی طرح

$4a \div 2 = \frac{4}{2}a = 2a$ (کیونکہ $2 \times 2 = 4$)

اب آپ مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1 - $5^3 \div 5$

$$5^3 \div 5 = \frac{5^3}{5^1} = \frac{125}{5} = 25 = 5^2$$

یعنی $5^2 = 5^{3-1} = \frac{5^3}{5}$

مثال 2 - $a \div a$

$$a \div a = \frac{a}{a} = 1$$

پس $\frac{a}{a} = a^{1-1} = a^0 = 1$

مثال 3 - $a^2 \div a$

$$a^2 \div a = \frac{a^2}{a} = \frac{a \times a}{a} = a$$

پس $\frac{a^2}{a} = a^{2-1} = a$

مثال 4 - $a^5 \div a^2$

$$a^5 \div a^2 = \frac{a^5}{a^2} = \frac{a \times a \times a \times \cancel{a} \times \cancel{a}}{\cancel{a} \times \cancel{a}} = a^3$$

پس $\frac{a^5}{a^2} = a^{5-2} = a^3$

مثال 5 - $6a^2 b^3 \div 2ab^2$

$$\frac{6a^2 b^3}{2ab^2} = \frac{\cancel{2} \times 3 \times a \times \cancel{a} \times b \times \cancel{b} \times \cancel{b}}{\cancel{2} \times \cancel{a} \times \cancel{b} \times \cancel{b}} = 3ab$$

پس $\frac{6a^2 b^3}{2ab^2} = \frac{6}{2} a^{2-1} b^{3-2}$

$= 3ab$

علامتوں کے قوانین (برائے ضرب . تقسیم)

(1) $\frac{+ab}{+a} = +b \; (\because (+a)(+b) = +ab)$

(2) $\frac{+ab}{-a} = -b \; (\because (-a)(-b) = +ab)$

(3) $\frac{-ab}{+a} = -b \; (\because (+a)(-b) = -ab)$

(4) $\frac{-ab}{-a} = +b \; (\because (-a)(+b) = -ab)$

یعنی دو مقداروں کا حاصل قسمت "مثبت" ہوگا۔ اگر دونوں مقداریں "مثبت" ہوں یا دونوں مقداریں "منفی" ہوں۔ اور حاصل قسمت "منفی" ہوگا۔ جب دونوں مقداروں میں سے ایک منفی ہو یعنی ایک مقدار "منفی" اور ایک "مثبت" ہو۔

مثال 1 - $4a^2$ کو $2a$ سے تقسیم کریں۔

$$\frac{4a^2}{2a} = \frac{4}{2} \; \frac{a \times a}{a}$$

$= 2a^{2-1}$

$= 2a$

پس $4a^2 \div 2a = 2a$

دوسرا طریقہ

حاصل قسمت ⟵ $2a$

مقسوم علیہ ⟵ $2a \overline{) 4a^2}$ ⟵ مقسوم

$-4a^2$

×

مثال 2 - $10a^3$ کو 2 سے تقسیم کریں۔

حل : پہلا طریقہ

$$\frac{10a^3}{2} = \frac{10}{2} a^3$$

$$= 5a^3$$

دُوسرا طریقہ

$$\begin{array}{r} 5a^3 \\ 2\,\big)\,10a^3 \\ -\,10a^3 \\ \hline \times\ \times \end{array}$$

پس $\frac{10a^2}{2} = 5a^3$

مثال 3 $12a^3$ کو $-a$ سے تقسیم کریں۔

حل : پہلا طریقہ : $12a^3 \div -a$

$$= \frac{12a^3}{-a} = \frac{12}{-1}\left(\frac{a^3}{a}\right)$$

$$= \frac{12}{-1}\left(\frac{a \times a \times a}{a}\right)$$

$$= -12a^2$$

دُوسرا طریقہ

$$\begin{array}{r} -12a^2 \\ -a\,\big)\,12a^3 \\ \underset{-}{+}\,12a^3 \\ \hline \times\ \times \end{array}$$

یعنی $\frac{12a^3}{-a} = -12a^2$

مثال 4 - حل کریں۔

$$8a^2 b^3 c^3 \div 4ac$$

حل: پہلا طریقہ $8a^2 b^3 c^3 \div 4ac$

$$\frac{8a^2 b^3 c^3}{-4ac}$$

$$= \left(\frac{8}{-4}\right)\left(\frac{a \times a \times b \times b \times b \times c \times c \times c}{a \times c}\right)$$

$$= (-2)\,(a^{2-1} b^3 c^{3-1})$$

$$= (-2)\,(ab^3 c^2)$$

دُوسرا طریقہ

$$\begin{array}{r} -4ac\,\big)\,8a^2 b^3 c^3\,\big(\,-2ac^2 b^3 \\ -\,8a^2 b^3 c^3 \\ \hline \times\ \times\ \times \end{array}$$

پس $\frac{8a^2 b^3 c^3}{-4ac} = -2ab^3 c^2$

5 - $6ab - 4b^3$ کو $2b$ پر تقسیم کریں۔

پہلا طریقہ :

$$\frac{6ab - 4b^3}{2b} = \frac{6ab}{2b} - \frac{4b^3}{2b}$$

$$= 3ab^{1-1} - 2b^{3-1}$$

$$= 3a - 2b^2$$

دوسرا طریقہ

$$2b \overline{)\, 6ab - 4a^3 \,}\,(3a - 2b^2$$

$$\underline{-\ 6ab}$$

$$-4b^3$$

$$\underline{-4b^3}$$

$$+$$

$$\frac{6ab - 4b^3}{2b} = 3a - 2b^2$$

پڑتال

$$(3a - 2b^2)(2b) = 6ab - 4b^3$$

مشق 7.7

حل کریں۔

(1) $10a \div 2$

(2) $14b \div -7$

(3) $18a^3 \div 2a$

(4) $18a^3 \div -2a$

(5) $15a^2 b^2 c^2 \div 5ab$

(6) $15a^5 \div 5a^3$

(7) $-12 f^5 m^3 \div 6fm$

(8) $-36a^3 \div -9a$

مختصر کریں۔

(9) $(a^2 - ab) \div a$

(10) $(a^4 - 3a^3 b + 2a^2 c) \div a^2$

(11) $(4a^6 - 5a^2 + 8a) \div -a$

(12) $(15a + 5) \div 5$

(13) $(15a^2 + 5a) \div 5$

(14) $(20f^2 - 5f) \div -5f$

(15) $(6a^3 b - 9a^2 b + 12ab) \div 3ab$

(16) $(a^2 + 2a) \div a$

(17) $(4a^2 + 5a) \div a$

(18) $(18a^2 b^2 c + 36ab^2 c^2 - 54a^2 bc^2) \div -9abc$

(19) $(9ab^2 c^2 - 18a^2 bc^2 + 9a^2 b^2 c) \div 9abc$

(20) $(20f^2 - 15f) \div 5f$

مثال 1۔ $f^2 - 6f + 8$ کو $f - 2$ سے تقسیم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r|l|l} f-2 & f^2 - 6f + 8 & f-4 \\ & f^2 - 2f & \\ & - \quad + & \\ \hline & -4f + 8 & \\ & -4f + 8 & \\ & + \quad - & \\ \hline & \times \quad \times & \end{array}$$

پس حاصل قسمت = $f - 4$

مثال 2۔ $6a^2 - 7ab - 20b^2$ کو

$3a + 4b$ پر تقسیم کریں اور جواب کی پڑتال کریں۔

حل:

مقسوم علیہ ← $3a + 4b$ ؛ مقسوم ← $6a^2 - 7ab - 20b^2$ ؛ حاصل قسمت ← $2a - 5b$

$$\begin{array}{r|l|l} 3a + 4b & 6a^2 - 7ab - 20b^2 & 2a - 5b \\ & 6a^2 + 8ab & \\ & - \quad - & \\ \hline & -15ab - 20b^2 & \\ & -15ab - 20b^2 & \\ & + \quad + & \\ \hline & \times \quad \times & \end{array}$$

حاصل قسمت = $2a - 5b$

پڑتال   حاصل قسمت × مقسوم علیہ = مقسوم

$= (3a + 4b) \times (2a - 5b)$

$= 3a(2a - 5b) + 4b(2a - 5b)$

$= 6a^2 - 15ab + 8ab - 20b^2$

$= 6a^2 - 7ab - 20b^2$

مثال 3- $-16 + a^3 - 12a$ کو $a - 4$ سے تقسیم کریں۔

حل : $-16 + a^3 - 12a$ کو ترتیبِ نزولی میں لکھنے سے

$(0a^2 = 0 \times a^2 = 0)$ جملہ $a^3 + 0a^2 - 12a - 16$ حاصل ہوا

$$
\begin{array}{r|l|l}
a - 4 & a^3 + 0a^2 - 12a - 16 & a^2 + 4a + 4 \\
 & a^3 - 4a^2 & \\
 & - \quad + & \\
\hline
 & 4a^2 - 12a & \\
 & 4a^2 - 16a & \\
 & - \quad + & \\
\hline
 & 4a - 16 & \\
 & 4a - 16 & \\
 & - \quad + & \\
\hline
 & \times \quad \times &
\end{array}
$$

حاصل قسمت = $a^2 + 4a + 4$

مثال 4- $(a^2 - b^2) \div (a - b)$ کو حل کریں۔

حل :

$$
\begin{array}{r|l|l}
a - b & a^2 - b^2 & a + b \\
 & a^2 - ab & \\
 & - \quad + & \\
\hline
 & ab - b^2 & \\
 & ab - b^2 & \\
\hline
 & \times &
\end{array}
$$

حاصل قسمت = $a + b$

مثال 5 حاصل قسمت معلوم کریں۔

$$(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) \div (a + b)$$

حل :

$$
\begin{array}{r|l|l}
a + b & a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 & a^2 + 2ab + b^2 \\
 & a^3 + a^2b & \\
 & - \quad - & \\
\hline
 & 2a^2b + 3ab^2 & \\
 & 2a^2b + 2ab^2 & \\
 & - \quad - & \\
\hline
 & ab^2 + b^3 & \\
 & ab^2 + b^3 & \\
 & - \quad - & \\
\hline
 & \times \quad \times &
\end{array}
$$

حاصل قسمت $= a^2 + 2ab + b^2$

مشق 7.8

حل کریں۔

(1) $(a^2 - 2ab + b^2) \div (a - b)$ (2) $(4a^2 - 18a + 18) \div (2a - 3)$

(3) $(8a^3 + 1) \div (2a + 1)$

(4) $(a^2 + 2a + 1)$ کو $(a + 1)$ سے تقسیم کریں۔

(5) $8a^3 - 27b^3$ کو $(2a - 3b)$ سے تقسیم کریں۔

حاصل قسمت معلوم کریں۔

(6) $(x^2 + 5x + 6) \div (x + 3)$ (7) $(a^2 - b^2) \div (a + b)$

(8) $(a^3 - b^3) \div (a - b)$ (9) $(b^2 - 15b + 56) \div (b - 8)$

(10) $(6a^2 + 7ab - 20b^2) \div (3a - 4b)$

(11) $(16b^2c^2 - 25k^2m^2) \div (4bc + 5km)$

(12) $(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) \div (a - b)$

(13) $(b^2 - 15b + 56) \div (b - 7)$

(14) $(8f^3 + 125k^3) \div (2f + 5k)$

باب **8**

مساوات

EQUATIONS

چھٹی جماعت میں آپ جبری فقرات اور ان کی اقسام کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔
اب آپ مندرجہ ذیل فقرات پر غور کریں۔

(1) $a + 8 = 6$

(2) $a + 10 = 12$

(3) $k > 2$

(4) $3a + 2 < 8$

(5) $10 - f = 2$

آپ جانتے ہیں کہ یہ تمام فقرات کُھلے فقرے کہلاتے ہیں اور ان میں سے 1 ، 2 اور 5 میں علامت ' = ' اِستعمال کی گئی ہے۔ اِس لیے یہ فقرے مساوات کہلاتے ہیں اور 3 ، 4 میں علامات ' < ' ، ' > ' استعمال کی گئی ہیں اس لیے 3 اور 4 غیر مساوات کہلاتے ہیں۔ مساوات 1 ، 2 اور 5 ہیں صرف ایک ایک متغیر ہے۔ اِس لیے ان مساوات کو ایک متغیر میں مساوات کہتے ہیں۔

مساوات کی چند اور مثالیں :

(1) $12 - x = 11$

(2) $2x + 1 = 3$

(3) $x + 5 = 16$

اگر مساوات (1) میں x کی بجائے "1" رکھیں تو $12 - 1 = 11$

فقرہ درست رہتا ہے۔ یعنی متغیر x کی قیمت "1" فقرے کو درست بناتی ہے لیکن x کی بجائے 2 رکھیں تو $12 - 2 \neq 11$

یعنی فقرہ درست نہیں رہتا۔ اسی طرح x کی بجائے 3، 4 وغیرہ رکھنے سے بھی فقرہ غلط رہتا ہے۔

پس x = 1 ہی ایک ایسی قیمت ہے جس کے لیے فقرہ درست رہتا ہے۔

لہٰذا $12 - x = 11$ کا حل سیٹ {1} ہے۔

پس "متغیر کی وہ قیمت یا قیمتیں جو فقرے کو درست بناتی ہیں اُن پر مشتمل سیٹ کُھلے فقرے کا حل سیٹ کہلاتا ہے۔"

اسی طرح $2x + 1 = 3$

میں x کی بجائے "1" رکھنے سے فقرہ درست رہتا ہے اس کے علاوہ x کی کوئی قیمت لگانے سے فقرہ غلط ہو جاتا ہے۔ پس $2x + 1 = 3$

کا حل سیٹ {1} ہے۔

(3) میں $x + 5 = 16$

میں x کی بجائے 10 ..... ,1, 2 رکھنے سے فقرہ غلط رہتا ہے۔ x کی جگہ 11 رکھنے سے فقرہ درست ہو جاتا ہے۔ مزید x کی جگہ ....13 ,12 وغیرہ سے بھی فقرہ غلط ہو جاتا ہے پس

$x + 5 = 16$

کا حل سیٹ {11} ہے۔

مشق 8.1

مندرجہ ذیل مساوات کے حل سیٹ معلوم کریں۔

(1) $x + 10 = 11$ (2) $x + 5 = 6$

(3) $10 - x = 2$ (4) $x - 4 = 4$

(5) $3a + 2 = 8$ (6) $12 - x = 6$

(7) $4x - 124 = 20$ (8) $x - 12 = 4$

(9) $4x + 1 = 17$ (10) $x + 3 = 15$

مترادف مساوات EQUIVALENT EQUATIONS

مندرجہ ذیل کھلے فقرات یا مساوات پر غور کریں۔

$x + 4 = 6$ $\qquad$ $2x = 4$

$x + 5 = 7$

$x + 13 = 15$ $\qquad$ $\frac{x}{2} = 1$

اُوپر دی گئی تمام مساوات بظاہر ایک دوسرے سے مختلف ہیں۔ لیکن ان میں سے ہر ایک کا حل سیٹ ایک ہی ہے۔ یعنی $\{2\}$ اور یہ تمام مساوات $x + 4 = 6$ سے ہی اخذ کی گئی ہیں۔

پس " ایسی مساوات جن کا حل سیٹ ایک ہی ہو اور وہ پہلی مساوات کی ہی نئی صُورت ہو مترادف مساوات کہلاتی ہیں۔"

(1) $5x + 5 = 15$ اور (i) $x = 2$ مترادف مساوات ہیں۔

(2) $2x + 3 = 9$ اور (ii) $x = 3$ مترادف مساوات ہیں۔

چونکہ 1 اور (i) کا حل سیٹ ایک ہی ہے یعنی $\{2\}$ اس لیے 1 اور (i) مترادف مساوات ہیں۔
اسی طرح 2 اور (ii) کا حل سیٹ ایک ہی ہے یعنی $\{3\}$ اس لیے 2 اور (ii) مترادف مساوات ہیں۔

مساوات کو مترادف مساوات میں تبدیل کرنا :

مثال : 1 $x + 4 = 6$

کی مترادف مساوات معلوم کریں۔

حل : $x + 4 = 6$

یا $x + 4 - 4 = 6 - 4$ (دونوں طرف 4 تفریق کرنے سے)

$x = 2$

پس $x + 4 = 6$ کا حل سیٹ $\{2\}$ ہے۔

اور $x + 4 = 6$ اور $x = 2$ مترادف مساوات ہیں۔

مثال 2 : $\frac{x}{5} = 2$ کا حل سیٹ معلوم کریں۔

حل :

$$\frac{x}{5} = 2$$

$$\frac{x}{5} \times 5 = 2 \times 5$$ (دونوں طرف 5 سے ضرب دینے سے)

$$x = 10$$

پس $\frac{x}{5} = 2$ کا حل سیٹ $\{10\}$ ہے۔

نوٹ: $\frac{x}{5} = 2$ کی مترادف مساوات $x = 10$ ہے کیونکہ دونوں کا حل سیٹ $\{10\}$ ہے۔

مثال 3 ۔ $x - 5 = 7$ کا حل سیٹ معلوم کریں۔

حل :

$$x - 5 = 7$$

$$x - 5 + 5 = 7 + 5$$ (دونوں طرف 5 جمع کرنے سے)

$$x = 12$$

پس حل سیٹ $\{12\}$ ہے۔

مثال 4 ۔ $\frac{x + 3}{2} = 3$ کا حل سیٹ معلوم کریں۔

حل

$$\frac{x + 3}{2} = 3$$

$$\frac{x + 3}{2} \times 2 = 3 \times 2$$ (دونوں طرف 2 سے ضرب دینے سے)

$$x + 3 = 6$$

$$x + 3 - 3 = 6 - 3$$ (دونوں طرف 3 تفریق کرنے سے)

$$x = 3$$

پس $\frac{x + 3}{2} = 3$ کا حل سیٹ $\{3\}$ ہے۔

مثال 5 ۔ $\frac{2}{5}x - \frac{3}{4}x = \frac{7}{20}$ کا حل سیٹ معلوم کریں۔

حل :

$$\frac{2}{5}x - \frac{3}{4}x = \frac{7}{20}$$

(دونوں طرف 20 سے ضرب دینے سے) یا $20\left(\frac{2}{5}\right)x - (20)\left(\frac{3}{4}\right)x = (20) \times \frac{7}{20}$

یا $4(2x) - (5)(3)x = 7$

$8x - 15x = 7$

$-7x = 7$

(7 سے دونوں طرف تقسیم کریں) $\frac{-7x}{7} = \frac{7}{7}$

$-x = 1$

(دونوں طرف (1 -) سے ضرب دینے سے) $(-1)(-x) = (-1)(1)$

$x = -1$

پس $\frac{2}{5}x - \frac{3}{4}x = \frac{7}{20}$ کا حل سیٹ $\{-1\}$ ہے۔

مشق 8.2

مندرجہ ذیل مساوات کا حل سیٹ معلوم کریں۔

(1) $x + 2 = 12$

(2) $x - 9 = 4$

(3) $x + 12 = 0$

(4) $\frac{x}{4} = 5$

(5) $2x + 3 = 7$

(6) $3x = -6$

(7) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 3$

(8) $\frac{x-3}{3} = 8$

(9) $\frac{1}{4}(3x - 5) = x + 1$

(10) $2x + \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

(11) $\frac{1}{2} - \frac{x+3}{6} = \frac{3x}{2}$

(12) $5x + 2x + 3x = 5$

(13) $-5x = 25$

(14) $-\frac{x}{2} = \frac{1}{4}$

(15) $2(x - 1) + 3(x - 2) = 7$

(16) $3x + 2 = 3 - x + 11$

(17) $\frac{7}{8}x - \frac{3}{8}x + 7 = 5$

(18) $3(x + 3) = 2(x + 1)$

(19) $\frac{1}{2}(5x - 4) = x + 5\frac{1}{2}$

(20) $\frac{-2 + 5x}{3} = \frac{6x - 1}{5}$

(21) $\frac{3x + 4}{5} = \frac{x + 3}{3}$

(22) $\frac{x}{12} + 6 = 1\frac{2}{3} - \frac{x}{4}$

(23) $\frac{x}{8} - \frac{3}{8} = \frac{3}{4}$

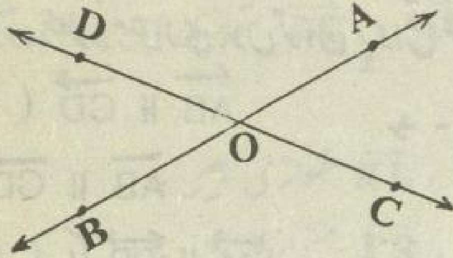
(24) $\frac{4}{5}x - \frac{3}{4}x = \frac{7}{20}$

باب 9

جیومیٹری

GEOMETRY

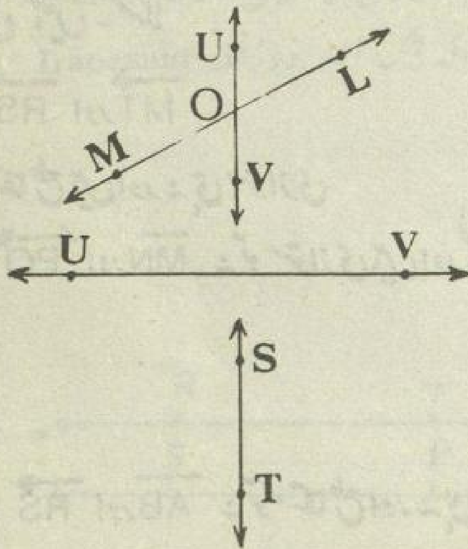
PARALLEL LINES : متوازی خطوط



(1) $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ ایک دُوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔ یا یہ کہ $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ میں نقطہ O مشترک ہے۔

یعنی $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{O\}$

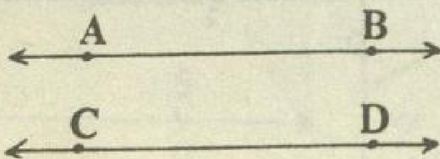
یاد رہے کہ خط نقاط کا سیٹ ہوتا ہے۔ $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ دو خطوط ہیں۔ اِس لیے نقاط کے سیٹ ہیں اور ان کا تقاطع نقطہ O ہے جو کہ دونوں کا مشترک نقطہ ہے۔



(2) اسی طرح $\overleftrightarrow{LM}$ اور $\overleftrightarrow{UV}$ بھی متقاطع خطوط ہیں جن کا نقطہ تقاطع O ہے۔

$\overleftrightarrow{LM} \cap \overleftrightarrow{UV} = \{O\}$

(3) ہم جانتے ہیں کہ خط کا کوئی سرا نہیں ہوتا اور دونوں طرف غیر متناہی ہوتا ہے سامنے دو خطوط $\overleftrightarrow{UV}$ اور $\overleftrightarrow{ST}$ کے نقوش دیے گئے ہیں۔ بظاہر یہ خطوط قطع کرتے ہوئے نظر نہیں آتے مگر یہ متقاطع خطوط ہیں۔ کیونکہ $\overleftrightarrow{ST}$ کے نقش کو ہم جتنا چاہیں ظاہر کر سکتے ہیں۔



(4) خطوط $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ کے نقوش کو خواہ ہم دونوں طرف کتنا ہی کیوں نہ ظاہر کریں یہ کہیں ایک دُوسرے کو قطع نہیں کریں گے۔

پس $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ متوازی خطوط ہیں۔

یعنی $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{ \}$

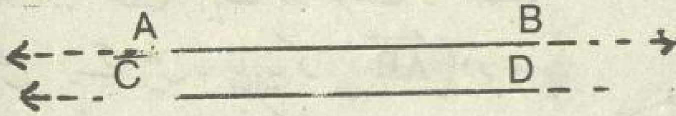
ان میں کوئی نقطہ مشترک نہیں۔

"اگر دو خطوط ایک دوسرے کو قطع نہ کریں تو انھیں متوازی خطوط کہتے ہیں۔"

دی گئی تعریف سے ظاہر ہے کہ خطوط یا تو متقاطع ہوتے ہیں۔ یا متوازی خط AB متوازی ہے۔ خط CD کے۔ اسے علامتی طور پر لکھیں گے۔ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

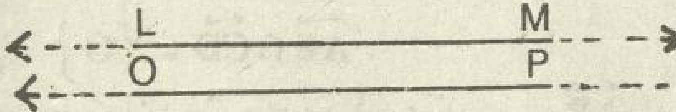
اگر دو خطوط متوازی ہوں تو ان پر واقع شعاعیں اور قطعات خط بھی باہم متوازی ہوتے ہیں۔ مثلاً

(1) $\overleftarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$



$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ کو

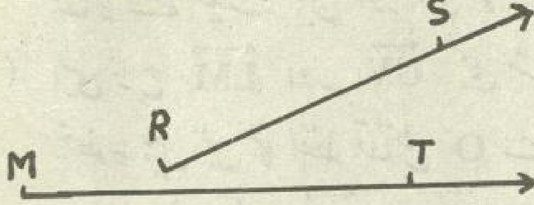
(2) اگر $\overleftrightarrow{LM} \parallel \overleftrightarrow{OP}$



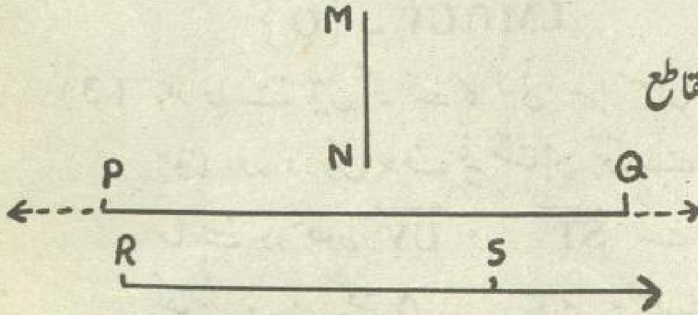
$\overline{LM} \parallel \overline{OP}$ کو

ہم جانتے ہیں کہ دو خطوط متوازی ہوتے ہیں یا متقاطع لیکن یہ بات قطعات خط اور شعاعوں کے لئے ضروری نہیں۔ مثلاً

i - $\overrightarrow{MT}$ اور $\overrightarrow{RS}$ نہ تو متقاطع ہیں اور نہ ہی متوازی

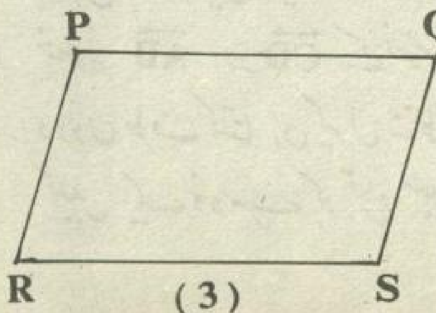


ii - $\overline{MN}$ اور $\overleftrightarrow{PQ}$ نہ تو متوازی ہیں اور نہ ہی متقاطع

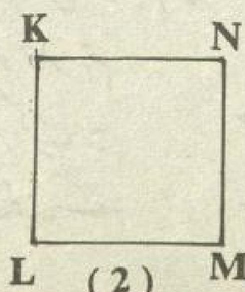


iii - $\overline{AB}$ اور $\overrightarrow{RS}$ نہ تو متقاطع اور نہ ہی متوازی

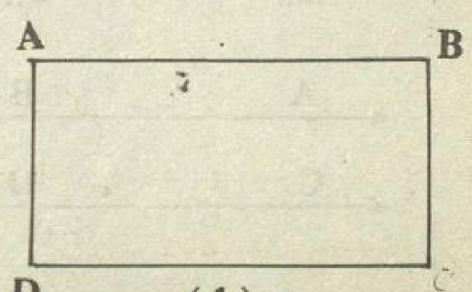
متوازی خطوط کی چند مثالیں :



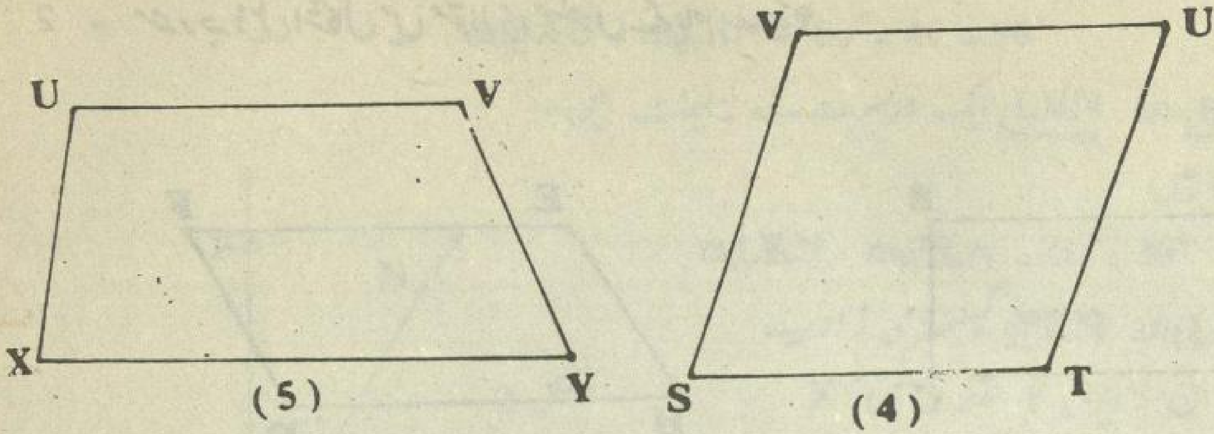
(3)



(2)



(1)



شکل (1) میں اضلاع $\overline{AB}$ ، $\overline{DC}$ اور $\overline{AD}$ ، $\overline{BC}$ متوازی ہیں۔ یعنی آمنے سامنے کے اضلاع متوازی ہیں۔

شکل (2) میں $\overline{KN}$ ، $\overline{LM}$ اور $\overline{NM}$ ، $\overline{KL}$ متوازی ہیں۔

شکل (3) میں $\overline{PQ}$ ، $\overline{RS}$ اور $\overline{PR}$ ، $\overline{QS}$ متوازی ہیں۔

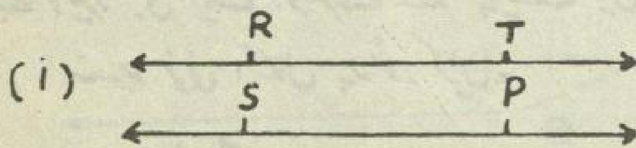
شکل (4) میں $\overline{ST}$ ، $\overline{VU}$ اور $\overline{VS}$ ، $\overline{UT}$ متوازی ہیں۔

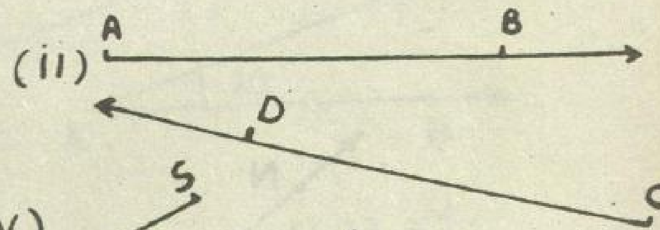
شکل (5) میں صرف $\overline{XY}$ ، $\overline{UV}$ متوازی ہیں۔

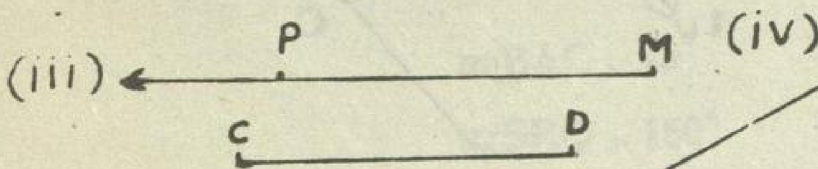
پس مستطیل Rectangle، مُربّع Square، متوازی الاضلاع Parallelogram اور معیّن Rhombus کے آمنے سامنے کے اضلاع متوازی ہیں اور ذوزنقہ Trapezium کے دو اضلاع متوازی ہیں۔

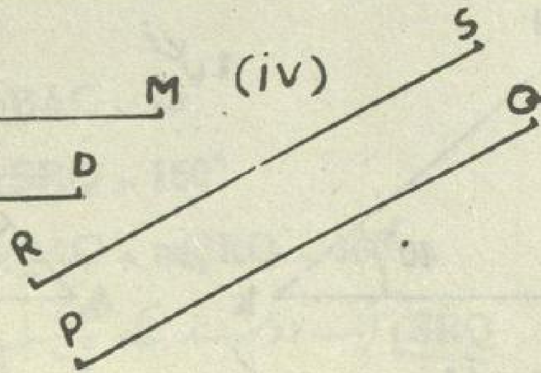
مشق

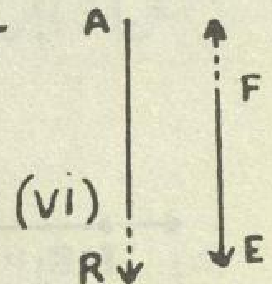
1 - دی گئی اشکال میں متوازی جوڑے بتلایئے؟

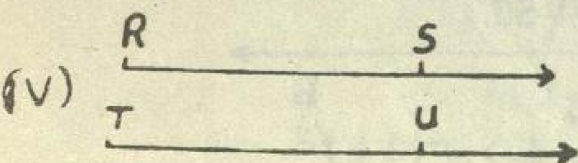




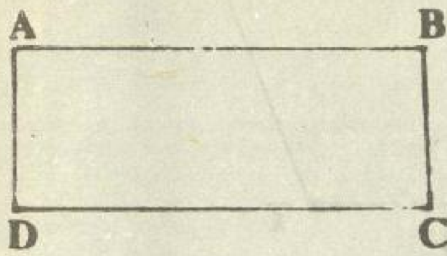


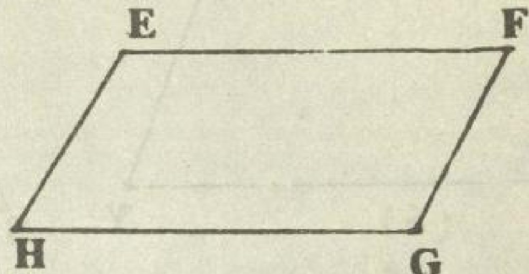


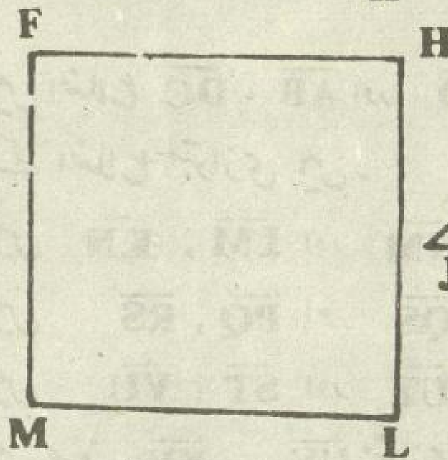


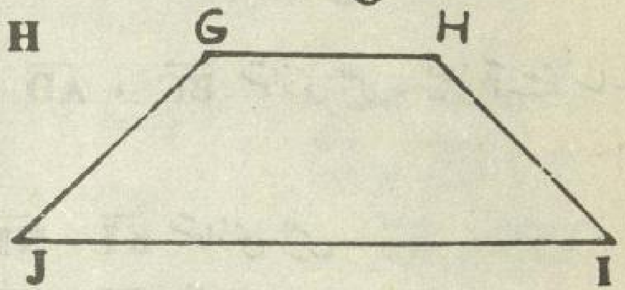


2 - مندرجہ ذیل اشکال میں متوازی ضلعوں کے نام بتلیئے؟







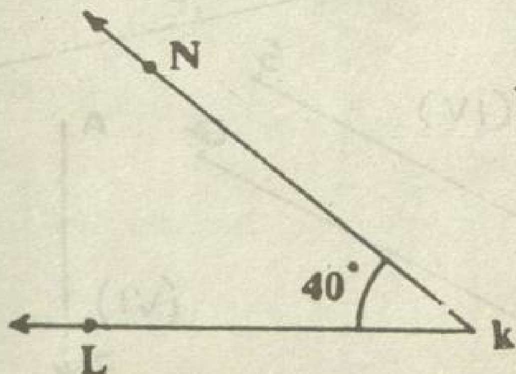


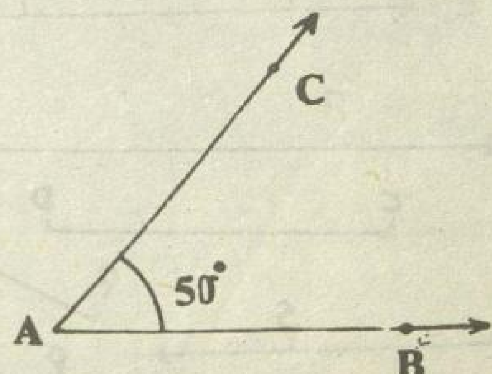
کمپلیمنٹری زاویے : COMPLEMENTARY ANGLES

اگر دو زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 90° ہو تو انھیں کمپلیمنٹری زاویے کہتے ہیں اور ان میں سے ہر زاویہ دوسرے کا کمپلیمنٹ کہلاتا ہے۔ مثلاً 70° کے زاویے کا کمپلیمنٹ 20° کا زاویہ اور 20° کے زاویے کا کمپلیمنٹ 70° کا زاویہ ہے۔ اسی طرح $(60^\circ, 30^\circ)$ اور $(45^\circ, 45^\circ)$ مقداروں کے زاویے وغیرہ بھی ایک دوسرے کے کمپلیمنٹ ہیں۔

مندرجہ ذیل اشکال پر غور کریں۔

شکل 1

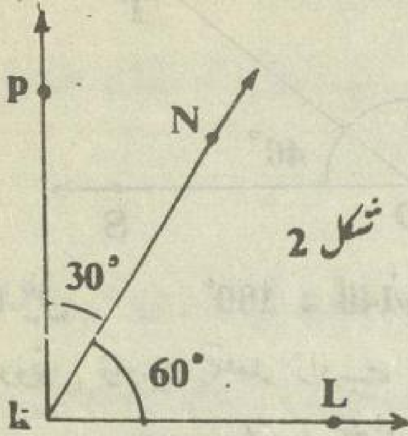




شکل (1) میں، دیے گئے دونوں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 90° ہے۔

یعنی $m\angle BAC + m\angle LKN = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$

پس $\angle BAC$ اور $\angle LKN$ ایک دوسرے کے کمپلیمنٹ ہیں۔



شکل (2) میں

$m\angle LKN + m\angle PKN = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

پس $\angle LKN$ اور $\angle PKN$ کمپلیمنٹری زاویے ہیں۔ لیکن ان زاویوں کا نقطہ راس 'K' مشترک ہے اور ایک بازو (ضلع) $\overrightarrow{KN}$ بھی مشترک ہے۔ اس لیے یہ متصلہ زاویے ہیں۔

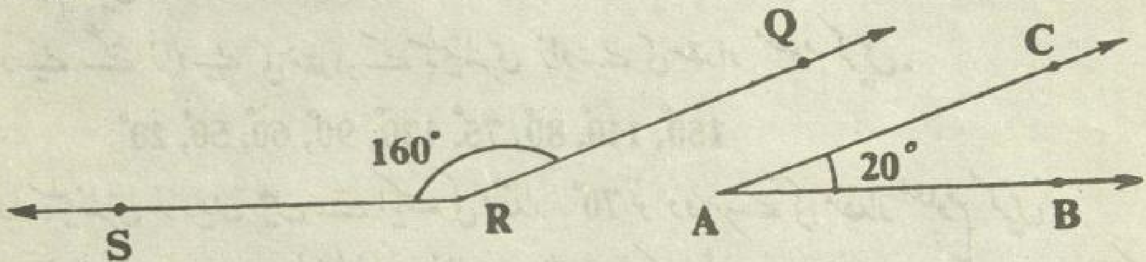
پس ایسے زاویوں کو جن کا راس اور ایک بازو مشترک ہو اور ان کی مقداروں کا مجموعہ 90° ہو متصلہ کمپلیمنٹری زاویے کہتے ہیں۔

SUPPLEMENTARY ANGLES : سپلیمنٹری زاویے

اگر دو زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہو تو انھیں سپلیمنٹری زاویے کہتے ہیں اور ان میں سے ہر زاویہ دوسرے کا سپلیمنٹ کہلاتا ہے۔ مثلاً 150° کے زاویے کا سپلیمنٹ 30° کا زاویہ ہے اور $(70^\circ, 110^\circ)$, $(120^\circ, 60^\circ)$ وغیرہ کے زاویے ایک دوسرے کے سپلیمنٹ ہیں۔

مندرجہ ذیل اشکال پر غور کریں۔

شکل (3)



شکل (3) میں

$m\angle BAC = 20^\circ$

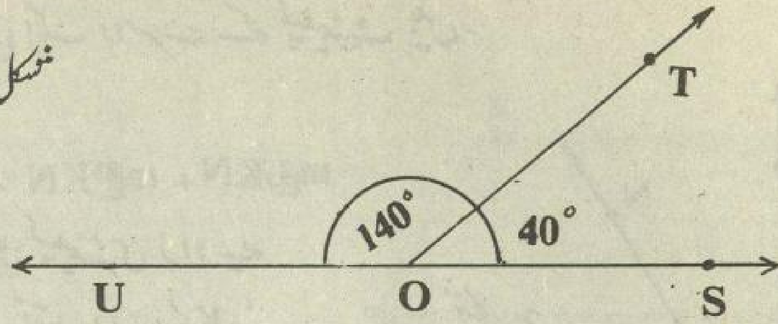
$m\angle SRQ = 160^\circ$

$m\angle BAC + m\angle SRQ = 180^\circ$

پس $\angle BAC$ اور $\angle SRQ$ ایک دوسرے کے سپلیمنٹ ہیں۔

نوٹ : m کسی زاویہ یا ضلع کی مقدار کو ظاہر کرنے کے لیے ہے۔

شکل (4)



شکل (4) میں $m\angle SOT + m\angle UOT = 40^\circ + 140^\circ = 180^\circ$

یہ دونوں زاویے متصلہ زاویے ہیں اور سپلیمنٹری بھی۔

پس $\angle SOT$ اور $\angle UOT$ متصلہ سپلیمنٹری زاویے ہیں۔

مشق 9.1

1 - مندرجہ ذیل مقدار کے زاویوں کے کمپلیمنٹری زاویوں کی مقدار معلوم کریں۔

$15^\circ, 50^\circ, 80^\circ, 10^\circ, 45^\circ, 75^\circ, 60^\circ, 20^\circ$

2 - مندرجہ ذیل زاویوں کے کمپلیمنٹری زاویے معلوم کریں اور پروٹریکٹر کی مدد سے بنائیں۔

(i) $m\angle ABC = 20^\circ$ (ii) $m\angle LMN = 30^\circ$

3 - دو کمپلیمنٹری زاویوں میں سے ایک زاویے UVW کی مقدار 50° ہو تو $\angle LVU$ کی مقدار معلوم کریں۔

4 - دیے گئے زاویے کی مقدار کے سپلیمنٹری زاویے کی مقدار معلوم کریں۔

$150^\circ, 110^\circ, 80^\circ, 75^\circ, 120^\circ, 90^\circ, 60^\circ, 50^\circ, 20^\circ$

5 - دو سپلیمنٹری زاویوں میں سے ایک کی مقدار 70° تو دوسرے کی مقدار معلوم کریں۔

6 - $\angle ABC$ اور $\angle DBC$ سپلیمنٹری زاویے ہیں۔ جبکہ $m\angle ABC = 10^\circ$ تو $\angle DBC$ کی مقدار معلوم کریں اور پروٹریکٹر کی مدد سے زاویہ بنائیں اور بتائیں کیا یہ متصلہ زاویے بھی ہیں ؟

7 - متصلہ زاویے کن زاویوں کو کہتے ہیں ؟

8 - متصلہ سپلیمنٹری زاویے کون سے ہوتے ہیں ؟

کثیرالاضلاع : POLYGON

کثیرالاضلاع ایک ایسی سادہ بند شکل ہوتی ہے جو دو سے زیادہ قطعات خط پر مشتمل ہو۔

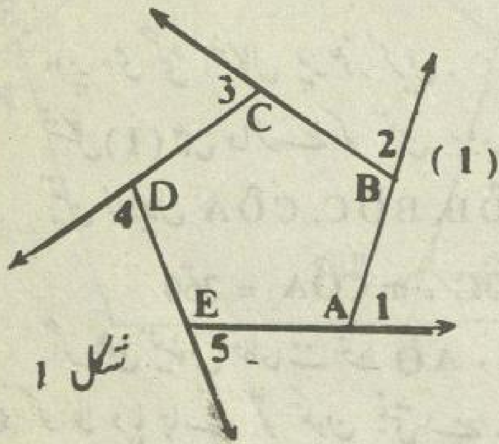
مثلث، چوکور کی تمام اقسام، پانچ اضلاع، چھ اضلاع، سات اضلاع، آٹھ اضلاع وغیرہ والی اشکال کثیرالاضلاع ہیں۔

کثیرالاضلاع کی دو اقسام ہیں :

(1) منتظم کثیرالاضلاع : Regular polygon منتظم کثیرالاضلاع ایک ایسی کثیرالاضلاع ہوتی ہے جس کے تمام اضلاع اور تمام زاویے باہم Congruent متماثل ہوتے ہیں۔

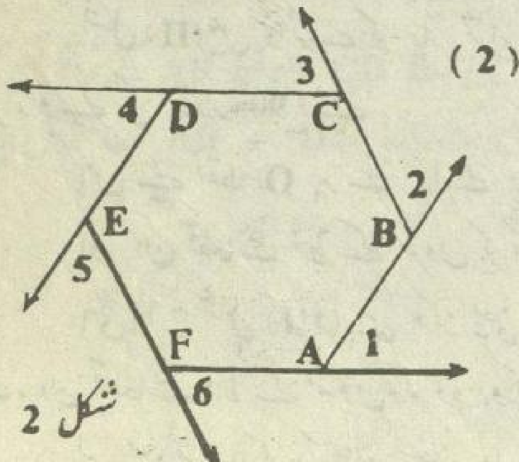
(2) غیر منتظم کثیرالاضلاع : Irregular polygon غیر منتظم کثیرالاضلاع ایسی کثیرالاضلاع ہوتی ہے جس کے تمام اضلاع اور تمام زاویے باہم متماثل نہ ہوں۔

کثیرالاضلاع کے نام اُن کے ضلعوں کی تعداد کے مطابق ہوتے ہیں۔



کثیرالاضلاع

	ضلعوں کی تعداد	نام
(1)	پانچ اضلاع	مخمس Pentagon
(2)	چھ اضلاع	مسدس Hexagon
(3)	سات ضلعوں	مسبع Heptagon
(4)	آٹھ ضلعوں	مثمن Octagon



اوپر دو کثیرالاضلاعی علاقے دیے گئے ہیں۔

شکل (1) میں ایک مخمس ABC DE اور

شکل (2) میں ایک مسدس ABC DE F ہے۔

$\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}$ اور $\hat{5}$ مخمس کے بیرونی زاویے ہیں۔

اور $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ اور $\hat{E}$ مخمس کے اندرونی زاویے ہیں۔

$$m\hat{1} + m\hat{2} + m\hat{3} + m\hat{4} + m\hat{5} = 4 \text{ قائمہ}$$

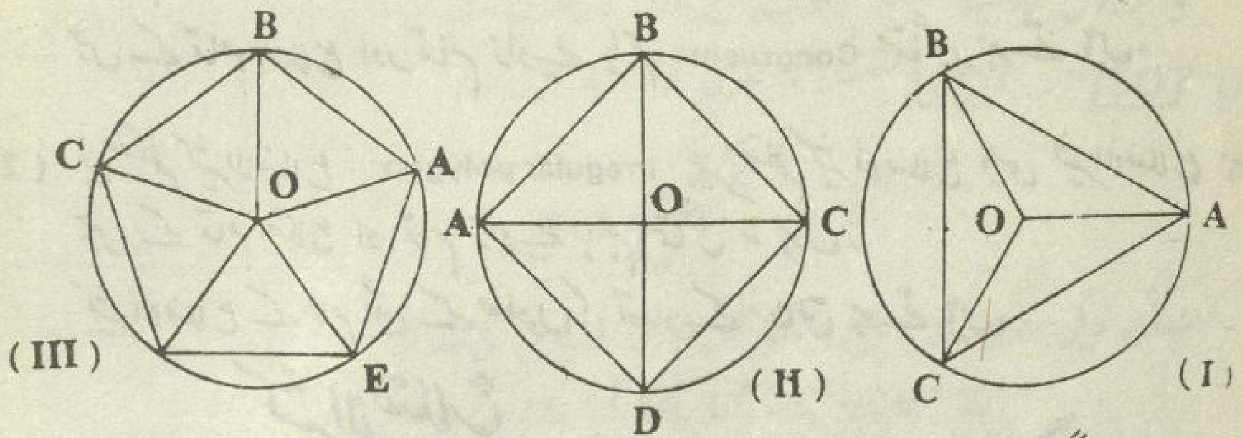
اسی طرح $1, 2, 3, \hat{4}, \hat{5}$ اور $\hat{6}$ مسدس کے بیرونی زاویے ہیں۔

اور $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}, \hat{E}$ اور $\hat{F}$ مسدس کے اندرونی زاویے ہیں۔

$$m\hat{1} + m\hat{2} + m\hat{3} + m\hat{4} + m\hat{5} + m\hat{6} = 4 \text{ قائمہ}$$

یعنی کثیر الاضلاعی علاقے کے بیرونی زاویوں کا مجموعہ 4 قائمہ ہے۔

مخمس، مسدس اور مثمن کی بناوٹ : Pentagon Hexagon Octagon



اوپر دی گئی اشکال پر غور کریں۔

شکل (I) میں دائرے کو تین برابر حصوں میں بانٹا گیا ہے اور نقطہ O پر بننے والے تین زاویوں $A\hat{O}B, B\hat{O}C, C\hat{O}A$ کی مقداروں کا مجموعہ $360°$ ہے۔ یعنی

$$m\,A\hat{O}B + m\,B\hat{O}C + m\,C\hat{O}A = 360°$$

اگر ان تینوں قطعاتِ خط AO ، OB اور OC کے سروں کو یعنی نقاط (A, B)، (B, C) اور (C, A) کو ملا دیا جائے تو تکون بنتی ہے۔

شکل (II) میں دائرے کو چار برابر حصوں میں بانٹا گیا ہے اور نقطہ O پر بننے والے ہر زاویے کی مقدار $90°$ ہے۔

اس لیے نقطہ O پر بننے والے چاروں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ $360°$ ۔

اور ان قطعاتِ خط کے سروں کو اگر دو دو کر کے ملایا جائے تو مربع بن جاتا ہے۔

اسی طرح شکل (III) میں مرکز یعنی O پر بننے والے پانچوں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ $360°$ ہے۔ ان قطعاتِ خط کے سروں کو دو دو کر کے ملانے سے مخمس بن جاتی ہے۔

پس معلوم ہوا کہ مرکز پر بننے والے زاویوں کا مجموعہ $360°$ ۔

پس بیرونی زاویے کی مقدار = $\frac{360^\circ}{\text{ضلعوں کی تعداد}}$ { کثیرالاضلاع کے بیرونی زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 360° }

مثلاً مسدس کے بیرونی زاویے کی مقدار $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

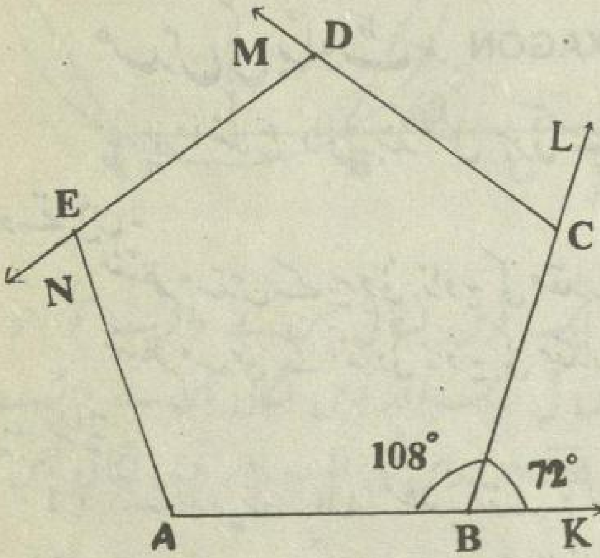
مخمس کے بیرونی زاویے کی مقدار $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

مخمس کی بناوٹ : CONSTRUCTION OF PENTAGON

آپ جانتے ہیں کہ مخمس کے اضلاع کی تعداد " 5 " ہوتی ہے اور منتظم مخمس کے تمام ضلعے اور زاویے متماثل ہوتے ہیں۔

یہ بھی آپ جانتے ہیں کہ منتظم مخمس کے بیرونی زاویہ کی مقدار $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

اور منتظم مخمس کے اندرونی زاویہ کی مقدار $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$



پہلا طریقہ :

(1) ایک قطعہ خط AB مطلوبہ مقدار کا لیا۔

(2) B پر پروٹرکٹر کی مدد سے زاویہ $K\hat{B}L$ 72° کا بنایا۔

(3) اب $L\hat{B}A$ کی مقدار 108° ہوگی۔ کیونکہ $K\hat{B}L$ اور $A\hat{B}L$ سپلیمنٹری زاویے ہیں۔

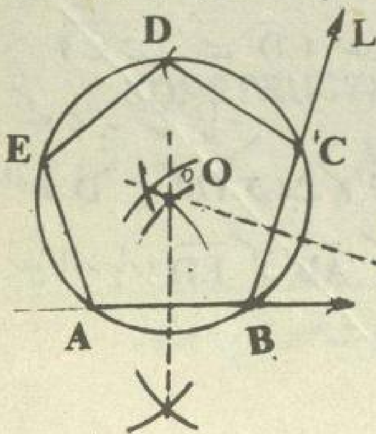
(4) $\overline{BL}$ میں سے $\overline{BC}$ قطعہ خط $\overline{AB}$ کے متماثل قطع کیا۔

(5) نقطہ C پر $M\hat{C}B$ 108° کا بنایا اور $\overline{CM}$ میں سے $\overline{CD}$ قطعہ خط AB کے متماثل قطع کیا۔

(6) اسی طرح نقطہ D پر 108° کا زاویہ بنایا اور اس کے بازو $\overline{DE}$ کو $\overline{AB}$ کے متماثل لیا۔

نقاط D, E, A کو ملا دیا۔

پس ABCDE مطلوبہ مخمس ہے۔



دوسرا طریقہ :

(1) ایک قطعہ خط AB مطلوبہ مخمس کے ایک ضلعے کی مقدار کے برابر لیا۔

(2) نقطہ B پر $108^\circ, L\hat{B}A$ کا بنایا۔

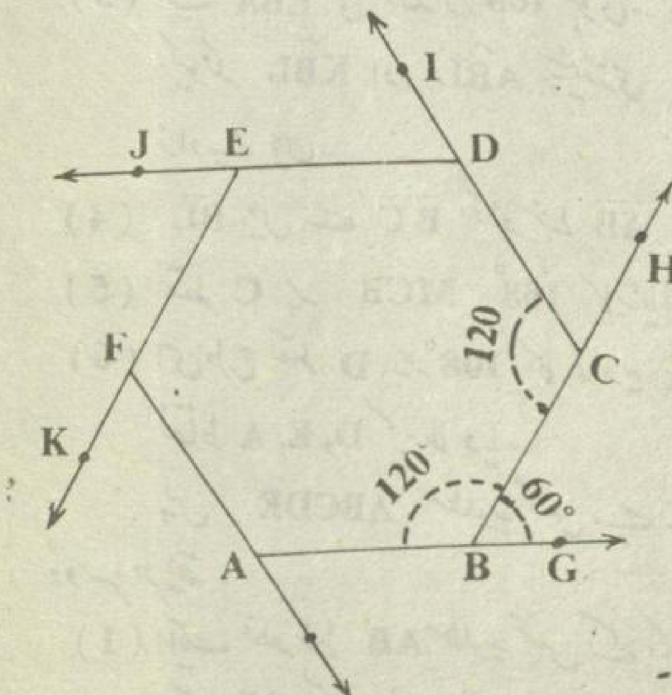
(3) $\overrightarrow{BL}$ میں سے $\overline{BC}$ قطعہ خط $\overline{AB}$ کی مقدار کے برابر لیا۔
(4) قطعات $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ کے ناصف کھینچے جو ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔
(5) نقطہ O کو مرکز مان کر $\overline{OB}$ یا $\overline{OC}$ یا $\overline{OA}$ کی مقدار کے برابر رداس لے کر ایک دائرہ کھینچا۔
(6) اب C کو مرکز مان کر $\overline{AB}$ کی مقدار کے برابر رداس لے کر ایک قوس لگائی۔ جس نے دائرہ کو D پر قطع کیا۔
(7) D کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس لگائی جس نے دائرہ کو E پر قطع کیا۔
(8) $\overline{CD}$ ، $\overline{DE}$ ، $\overline{EA}$ کھینچے۔
پس ABCDE مطلوبہ مخمس ہے۔

مسدس کی بناوٹ : CONSTRUCTION OF HEXAGON

یہ چھ اضلاع والی بند شکل ہوتی ہے اور منتظم مسدس کے تمام ضلعے اور زاویے متماثل ہوتے ہیں۔

منتظم مسدس کے بیرونی زاویہ کی مقدار $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$
منتظم مسدس کے اندرونی زاویہ کی مقدار $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

پہلا طریقہ :



(1) ایک قطعہ خط AB مطلوبہ مقدار کا لیا۔
(2) نقطہ B پر $H\hat{B}G$ 60 درجے کا بنایا۔
(3) $\overline{BH}$ میں سے $\overline{BC}$ قطعہ خط $\overline{AB}$ کے برابر قطع کیا۔
(4) نقطہ C پر BCI 120° درجے کا بنایا $\overline{CI}$ میں سے $\overline{CD}$ قطعہ خط AB کے برابر قطع کیا۔
(5) نقطہ D پر 120° درجے کا زاویہ CDJ بنایا اور بازو $\overline{ED}$ کو $\overline{AB}$ کے برابر قطع کیا۔

(6) اسی طرح نقطہ E پر 120° کا زاویہ بنایا اور اس کے بازو $\overline{EF}$ کو $\overline{AB}$ کے برابر لیا۔

(7) اب نقاط F, A کو ملا دیا۔

پس ABCDEF مطلوبہ مسدس ہے۔

دُوسرا طریقہ :

(1) ایک قطعہ خط AG لیں۔ اِس میں سے $\overline{AB}$ اتنی لمبائی کا لیں جتنی اس مسدس کے ضلعے کی لمبائی مطلوب ہو۔

(2) پھر زاویہ HBG 60° کا لیں اور $\overline{BC}$ کو $\overline{AB}$ کے متماثل قطع کریں۔

(3) پھر $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف کھینچا۔

(4) اسی طرح $\overline{BC}$ کا عمودی ناصف کھینچا۔ جنھوں نے ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کیا۔

(5) O کو مرکز مان کر $\overline{OB}$ رداس کا دائرہ کھینچا۔

(6) پھر A کو مرکز مان کر $m\overline{AB}$ رداس کی ایک قوس لگائی جس نے دائرے کو F پر قطع کیا۔ پھر F کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس لگائی جس نے دائرے کو E پر قطع کیا۔ اب E کو مرکز مان کر $m\overline{AB}$ رداس کی ایک اور قوس لگائی جس نے دائرے کو D پر قطع کیا۔

(7) نقاط $\overline{AF}$ ، $\overline{FE}$ ، $\overline{ED}$ اور $\overline{DC}$ کھینچے۔

پس ABCDEF مطلوبہ مسدس ہے۔

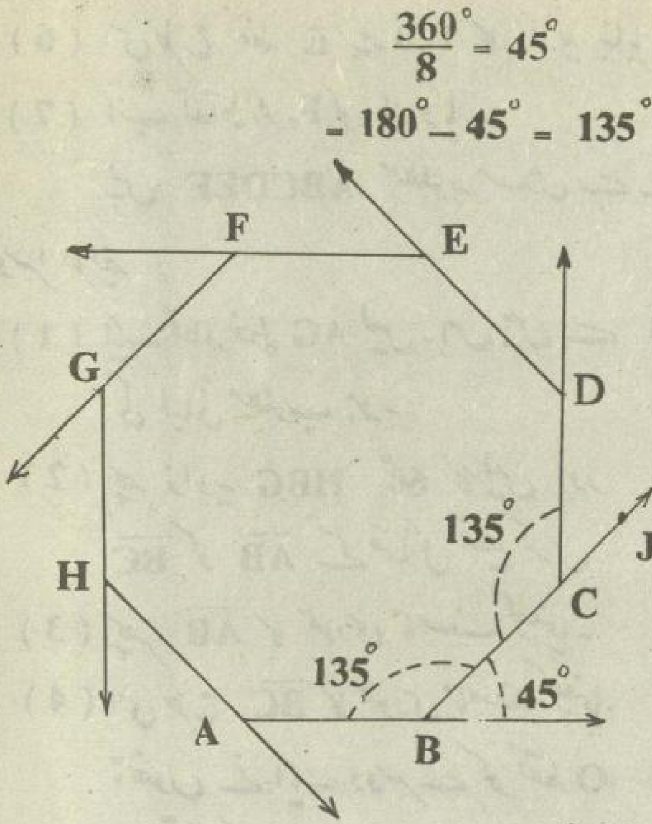
مثمن کی بناوٹ : CONSTRUCTION OF OCTAGON

آٹھ اضلاع والی بند شکل مثمن کہلاتی ہے اور منتظم مثمن کے تمام اضلاع اور زاویے متماثل ہوتے ہیں۔

نوٹ : جہاں بھی دو نقاط کو ملانے کی بات ہوگی۔ اس سے مراد قطعاتِ خط کھینچنا ہوگا۔

منتظم مثمن کے بیرونی زاویے کی مقدار $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$

منتظم مثمن کے اندرونی زاویے کی مقدار $= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$



پہلا طریقہ :

(1) ایک قطعہ خط AB مطلوبہ مقدار کا لیا۔ نقطہ B پر 135° $A\hat{B}J$ کا بنایا۔

(2) $\overline{BJ}$ میں سے $\overline{BC}$ قطعہ خط AB کے متماثل لیا۔

(3) اب نقطہ C پر 135° کا زاویہ بنایا اور اس کے بازو $\overline{CD}$ کو قطعہ خط AB کے متماثل قطع کیا۔

(4) اسی طرح نقطہ D پر 135° کا زاویہ بنایا اور اس کے بازو $\overline{DE}$ کو قطعہ خط $\overline{AB}$ کے متماثل لیا۔

(5) اب E پر 135° کا زاویہ بنایا اور اس کے بازو $\overline{EF}$ کو قطعہ خط AB کے متماثل لیا۔

(6) نقطہ F پر 135° کا زاویہ بنایا اور اس کے بازو $\overline{FG}$ کو قطعہ خط AB کے متماثل لیا۔

(7) نقطہ G پر 135° کا زاویہ بنایا اور اس کے بازو $\overline{GH}$ کو $\overline{AB}$ کی مقدار کے برابر قطع کیا۔

(8) اب نقاط A, H کو ملا دیا۔

پس ABCDEFGH مطلوبہ مثمن ہے۔

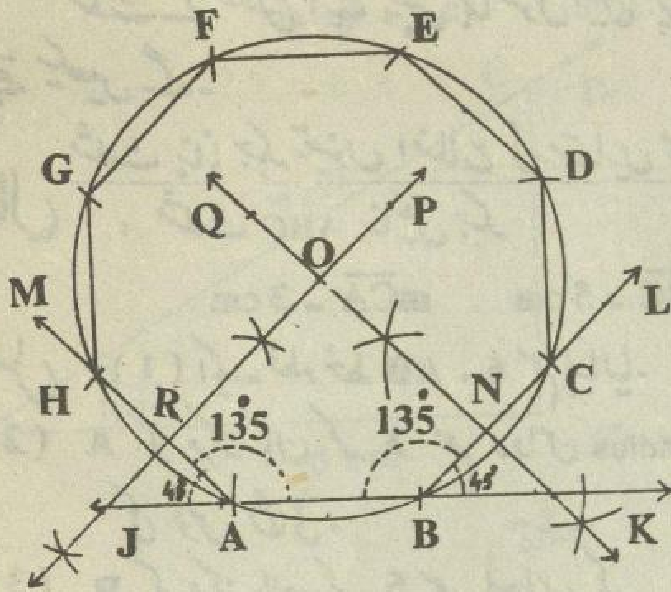
دُوسرا طریقہ :

(1) ایک خط JK لیں۔ اس میں سے AB قطع کریں جبکہ $\overline{AB}$ کی لمبائی مثمن کے ضلع کی لمبائی کے برابر ہوگی۔ پھر $K\hat{B}L$ اور $J\hat{A}M$ بنائیں۔ جو کہ 45° کے برابر ہوں۔

(2) قطعاتِ خط BC اور AH کو قطعہ خط AB کے متماثل قطع کیا۔

(3) $\overline{BC}$ اور $\overline{AH}$ کی تنصیف کی۔

(4) $\overline{BC}$ کا نقطہ تنصیف N ہے اور $\overline{AH}$ کا نقطہ تنصیف R ہے اور عمودی ناصف ایک دُوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔ یعنی $\overline{NQ}$ اور $\overline{PR}$ ایک دُوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔



نقطہ O کو مرکز مان کر $m\overline{OA}$ یا
$m\overline{OB}$ یا $m\overline{OC}$ رداس لے کر
ایک دائرہ بنائیں۔

5 - اب نقطہ C کو مرکز مان کر $m\overline{BC}$
رداس کی ایک قوس لگائی جو دائرہ کو
نقطہ D پر قطع کرتی ہے۔ پھر نقطہ
D کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک
قوس لگائی جو دائرہ کو نقطہ E پر
قطع کرتی ہے پھر نقطہ E کو مرکز مان
کر اسی رداس کی ایک قوس لگائی،
جس نے دائرے کو F پر قطع کیا۔ پھر F کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس
لگائی جس کے دائرے کو G پر قطع کیا۔ نقطہ G کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک
اور قوس لگائی جس نے دائرے کو H پر قطع کیا۔

$\overline{GH}$ ، $\overline{FG}$ ، $\overline{EF}$ ، $\overline{DE}$ ، $\overline{CD}$ کھینچیے

پس ABCDEFGH مطلوبہ مثمن ہے۔

مشق 9.2

1 - ایک منتظم مخمس بنائیں جس کے ایک ضلع کی مقدار 3 سم ہو۔
2 - ایک منتظم مسدس بنائیں جس کے ایک ضلع کی مقدار 2.5 سم ہو۔
3 - ایک منتظم مثمن بنائیں جس کے ایک ضلع کی مقدار 2 سم ہو۔
4 - ABCDE ایک مخمس بنائیں جس کے ایک ضلع کی مقدار 3.1 سم ہو۔
5 - ABCDEF ایک مسدس بنائیں جس کے ایک ضلع کی مقدار 2.3 سم ہو۔
6 - ایک مثمن LMNOPQRS بنائیں جس میں $m\overline{LM} = 1.9$ cm

مثلث TRIANGLE :

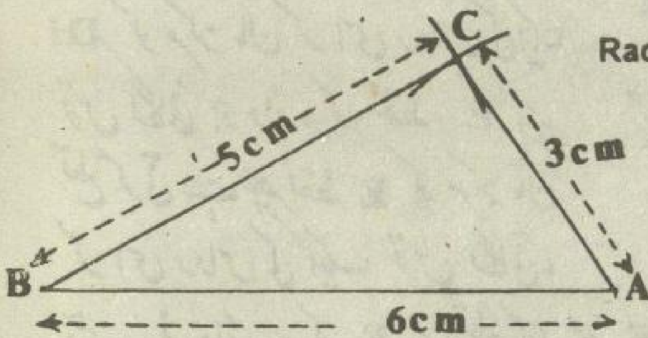
مثلث کے متعلق آپ پچھلی جماعتوں میں پڑھ چکے ہیں۔ اب ہم مثلث بنانے کے طریقے سیکھیں گے۔

مثال مثلث بنانا جبکہ تینوں اضلاع کی مقداریں معلوم ہوں۔

: مثلث ABC بنائیں جبکہ

$m\overline{AB} = 6\,cm \quad m\overline{BC} = 5\,cm \quad m\overline{CA} = 3\,cm$

عمل : (1) ایک قطعہ خط AB ، 6 سم لمبا لیا۔



(2) A کو مرکز مان کر 3 سم رداس Radius کی قوس لگائی۔

(3) B کو مرکز مان کر 5 سم رداس کی قوس لگائی جس نے پہلی قوس کو نقطہ C پر قطع کیا۔

(4) قطعہ خط BC اور CA کھینچے

پس △ ABC مطلوبہ مثلث ہے۔

نوٹ : △ علامت مثلث کے لیے استعمال ہوئی ہے۔

مشق

(1) مثلث بنائیے جس کے اضلاع کی لمبائیاں مندرجہ ذیل ہوں

(i) 6 سم اور 5 سم، 3 سم (ii) 6.2 سم 5.3 سم 3.4

(iii) 8 سم 4 سم 3

(2) مثلث ABC بنائیے۔ جب کہ $m\overline{AB} = 6cm$

$m\overline{BC} = 4cm = m\overline{CA} = 3.5cm$

(3) ایک مثلث مماثل الاضلاع بنائیے جس کا ہر ایک ضلع 5.3 سم لمبا ہو؟

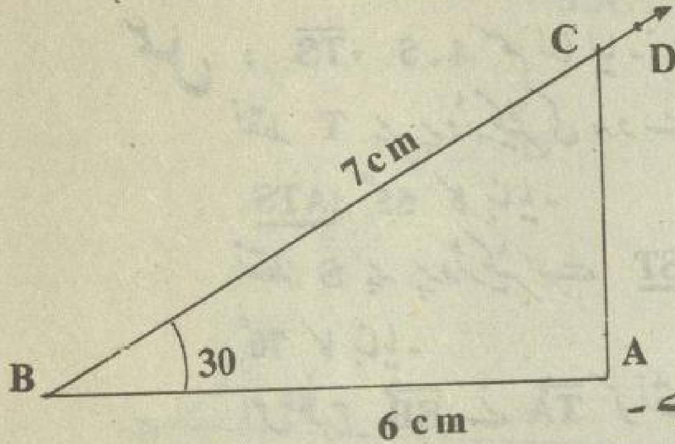
(4) ایک مثلث مماثل الساقین بنائیے جس کا قاعدہ 5 سم ہو۔ اور مماثل ضلعوں میں سے ہر ایک 3.5 سم لمبا ہو؟

مثال

مثلث بنانا جبکہ دو اضلاع کی مقداریں اور درمیانی زاویے کی مقدار معلوم ہو۔

مثلث ABC بنائیں جبکہ :

$m\overline{AB} = 6\text{ cm}$ $m\overline{BC} = 7\text{ cm}$ $m\angle ABC = 30^\circ$



عمل

(1) $\overline{AB}$ 6 سم لمبا لیا۔

(2) نقطہ B پر پروٹریکٹر کی مدد سے زاویہ ABC = 30° کا بنایا۔

(3) $\overrightarrow{BD}$ میں سے $\overline{BC}$,7 سم لمبا لیا۔

(4) قطعہ خط AC کھینچا۔

△ ABC مطلوبہ مثلث ہے۔

مشق

مثلثیں بنایئے جن کے دو اضلاع اور ان کے درمیان زاویوں کی پیمائش مندرجہ ذیل ہیں
(زاویوں کو پروٹیکٹر کی مدد سے بنایئے)

(i) 5.8 سم 4.5 سم، 60 (ii) 3.5 سم 5.2 ، 90

(iii) 5 سم، 4 سم 105 (iv) 5.4 سم ۔ 6.3 ، 45

(2) مثلث DEF بنایئے جب کہ

$m\overline{DE} = 5\text{cm}$ $m\overline{EF} = 6\text{cm}$ - $m\angle DEF = 55$ ہو

مثال 1

: مثلث LMN بنائیں جس میں $\overline{ML}$ کی مقدار 6 سم اور $\hat{M}$ کی مقدار 120° اور $\overline{MN}$ کی مقدار 5 سم ہو۔

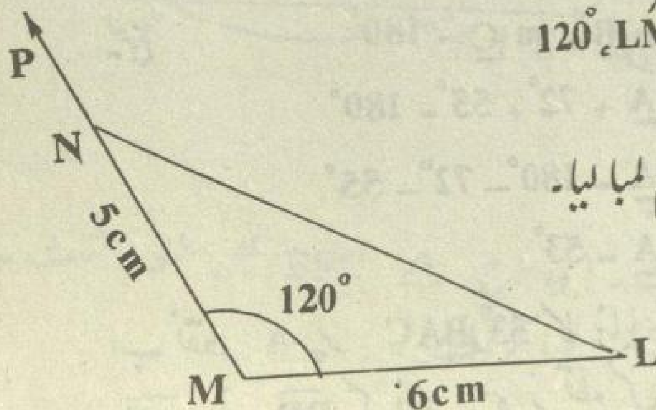
عمل : ایک قطعہ خط ML 4 سم لمبا لیا۔

نقطہ M پر پرکار کی مدد سے $L\hat{M}P$ ،120° کا بنایا۔

شعاع MP میں سے $\overline{NM}$ 5 سم لمبا لیا۔

قطعہ خط LN کھینچا۔

LMN مطلوبہ مثلث ہے۔

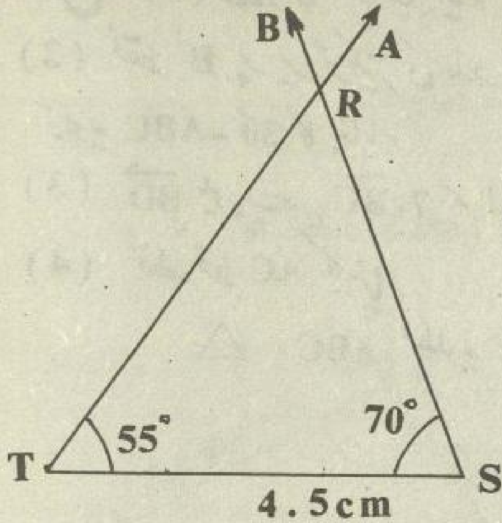


<u>مثلث بنانا جبکہ دو زاویوں اور درمیانی ضلع کی مقدار معلوم ہو۔</u>

مثال 2 : مثلث RTS بنائیں جبکہ

$m\angle T = 55^\circ \quad m\angle S = 70^\circ \quad m\overline{ST} = 4.5\ cm$

عمل : $\overline{TS}$، 4.5 سم لمبا لیا۔



نقطہ T پر پروٹریکٹر کی مدد سے $\angle ATS$، 55° کا بنایا۔

نقطہ S پر پروٹریکٹر سے $\angle BST$ 70° کا بنایا۔

اس طرح $\overrightarrow{SB}$ نے $\overrightarrow{TA}$ کو نقطہ R پر قطع کیا۔

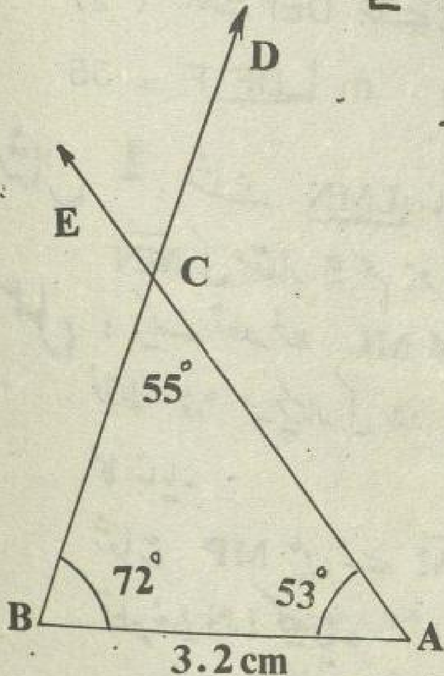
پس RTS مطلوبہ مثلث ہے۔

<u>مثلث بنانا جبکہ دو زاویوں کی مقداریں اور ان میں سے ایک کے متقابلہ ضلع کی مقدار معلوم ہو۔</u>

مثال 3 : مثلث ABC بنائیں جبکہ

$m\angle B = 72^\circ \quad m\angle C = 55^\circ \quad m\overline{AB} = 3.2\ cm$

عمل : قطعہ خط AB 3.2 سم لمبا لیا۔



نقطہ B پر 72° کا زاویہ بنایا جو کہ ABD ہے۔
لیکن ہمیں $\angle A$ کی مقدار معلوم نہیں جو کہ معلوم کی جا سکتی ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ مثلث کے تینوں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

یعنی $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$

$\angle A + 72^\circ + 55^\circ = 180^\circ$

$\angle A = 180^\circ - 72^\circ - 55^\circ$

$\angle A = 53^\circ$

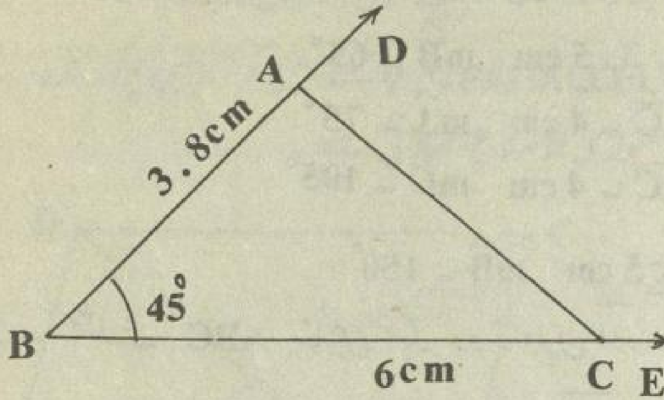
اب نقطہ A پر $\angle BAC$، 53° کا بنایا۔
$\overline{AE}$ نے $\overline{BD}$ کو نقطہ C پر قطع کیا۔ پس $\triangle$ ABC مطلوبہ مثلث ہے۔

مثلث بنانا جبکہ دو ضلعوں کی مقداریں اور ان میں سے ایک ضلع کے متقابلہ زاویے کی مقدار معلوم ہو۔

مثال 4: مثلث ABC بنائیں جس میں

$m\overline{BC} = 6\text{ cm} \quad m\overline{AB} = 3.8\text{ cm} \quad m\hat{B} = 45^\circ$

عمل: $\overrightarrow{BE}$ کھینچی۔



نقطہ B پر DBE ∠ 45° کا بنایا۔
نقطہ B کو مرکز مان کر $\overline{BD}$ میں سے $\overline{BA}$ 3.8 سم لمبا لیا۔
اب B کو مرکز مان کر 6 سم رداس کی قوس لگائی جس نے $\overline{BE}$ کو نقطہ C پر قطع کیا۔
قطعہ خط C A کھینچا۔
پس ABC مطلوبہ مثلث ہے۔

مثال 5: مثلث ABC بنائیں۔ جبکہ

$m\overline{AC} = 4.2\text{ cm} \quad m\overline{BC} = 6.2\text{ cm} \quad m\hat{B} = 35^\circ$

عمل: (1) $\overrightarrow{BE}$ کھینچی۔
(2) نقطہ B پر $D\hat{B}E$ 35° کا بنایا۔
(3) B کو مرکز مان کر 6.2 سم رداس کی قوس لگائی جس نے $\overline{BD}$ کو نقطہ C پر قطع کیا۔
(4) نقطہ C کو مرکز مان کر 4.2 سم رداس کی قوس لگائی جس نے $\overline{BE}$ کو نقاط A، F پر قطع کیا۔
قطعات خط AC اور CF کھینچے۔
پس ABC مطلوبہ مثلث ہے۔ اسی طرح △ BFC بھی مطلوبہ مثلث ہے۔ کیونکہ یہ دونوں دی گئی شرائط کو پورا کرتی ہیں۔

مشق 9.3

1 - مثلث ABC بنائیں جس کے دو اضلاع اور ان کے درمیانی زاویہ کی مقداریں درج ذیل ہیں :

(i) $m\overline{AB} = 4\text{ cm}$ $m\overline{BC} = 3.5\text{ cm}$ $m\hat{B} = 65^\circ$

(ii) $m\overline{AB} = 4.5\text{ cm}$ $m\overline{AC} = 4\text{ cm}$ $m\hat{A} = 75^\circ$

(iii) $m\overline{BC} = 2.5\text{ cm}$ $m\overline{AC} = 4\text{ cm}$ $m\hat{C} = 105^\circ$

(iv) $m\overline{AB} = 3\text{ cm}$ $m\overline{BC} = 5\text{ cm}$ $m\hat{B} = 150^\circ$

2 - مثلث ABC بنائیں جبکہ دو زاویوں اور درمیانی ضلع کی مقداریں معلوم ہوں۔

(i) $m\hat{A} = 50^\circ$ $m\hat{B} = 60^\circ$ $m\overline{AB} = 4\text{ cm}$

(ii) $m\hat{A} = 36^\circ$ $m\hat{B} = 120^\circ$ $m\overline{AB} = 3\text{ cm}$

(iii) $m\hat{A} = 107^\circ$ $m\hat{B} = 35^\circ$ $m\overline{AB} = 3.9\text{ cm}$

3 - مثلث LMN بنائیں جبکہ دو زاویوں اور ایک زاویہ کے متقابلہ ضلع کی مقدار معلوم ہو۔

(i) $m\overline{LN} = 4\text{ cm}$ $m\hat{M} = 72^\circ$ $m\hat{L} = 50^\circ$

(ii) $m\hat{N} = 45^\circ$ $m\overline{LM} = 5.2\text{ cm}$ $m\hat{L} = 105^\circ$

(iii) $m\hat{N} = 60^\circ$ $m\overline{LN} = 4.3\text{ cm}$ $m\hat{M} = 75^\circ$.

4 مثلث ABC بنائیں جس میں

(i) $m\hat{A} = 40^\circ$ $m\overline{BC} = 4.7\text{ cm}$ $m\overline{AB} = 5.8\text{ cm}$

(ii) $m\overline{AC} = 5.6\text{ cm}$ $m\hat{C} = 80^\circ$ $m\overline{AB} = 4.6\text{ cm}$

(iii) $m\overline{BC} = 3.2\text{ cm}$ $m\hat{A} = 30^\circ$ $m\overline{AB} = 4.1\text{ cm}$

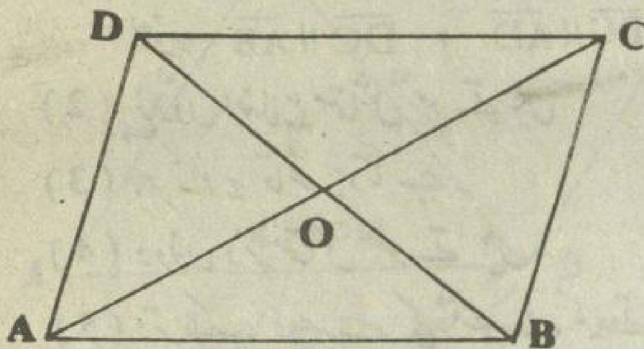
(iv) $m\overline{BC} = 2.0$ - $m\hat{A} = 50^\circ$ $m\overline{AB} = 3.6\text{ cm}$

متوازی الاضلاع، مستطیل، مربّع کی خصوصیات :

PROPERTIES OF PARALLELOGRAM, RECTANGLE, SQUARES

متوازی الاضلاع ، مستطیل اور مربّع کے متعلق ہم پڑھ چکے ہیں۔ اب ہم ان کے بارے میں مزید معلومات حاصل کریں گے اور اُن کی بناوٹ کے طریقے بھی سیکھیں گے۔

I - متوازی الاضلاع : PARALLELOGRAM ہم جانتے ہیں کہ " ایسی چوکور جس کے آمنے سامنے کے ضلع متوازی ہوں متوازی الاضلاع کہلاتی ہے ۔



متوازی الاضلاع کے خواص :

(1) متوازی الاضلاع کے متقابلہ ضلعے متوازی ہوتے ہیں

یعنی $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ، $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ متوازی ہوتے ہیں۔

(2) متقابلہ ضلعے متماثل ہوتے ہیں۔ یعنی

$m\overline{AB} - m\overline{DC}$ $(m\overline{BC} - m\overline{AD})$

(3) متقابلہ زاویے متماثل ہوتے ہیں۔

یعنی $m\angle B - m\angle D$ ، $m\angle A - m\angle C$

(4) وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔ یعنی $m\overline{OC} - m\overline{AO}$ $m\overline{OB} - m\overline{OD}$

نوٹ : متماثل قطعات ایسے قطعات کو کہتے ہیں جن کی مقداریں برابر ہوں۔

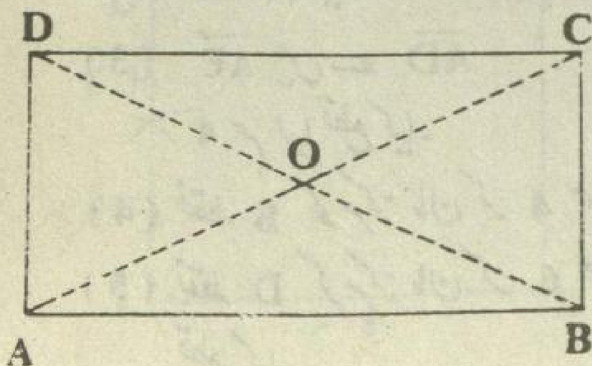
متصلہ ضلعے : ایسے قطعات خط جن کا ایک سرا مشترک ہو مثلاً اس متوازی الاضلاع میں

$\overline{AB}, \overline{BC}$ $\overline{BA}, \overline{AD}$ ، $\overline{CD}, \overline{DA}$ ، $\overline{BC}, \overline{CD}$

متقابلہ ضلعے : آمنے سامنے کے اضلاع کو کہتے ہیں۔

وتر : کسی بند شکل کے آمنے سامنے کے نقاط کو ملانے والا قطعہ خط مثلاً $\overline{AC}$ · $\overline{BD}$

II - مستطیل : RECTANGLE ایسی متوازی الاضلاع جس کا ہر زاویہ قائمہ ہو مستطیل کہلاتی ہے۔



مستطیل کے خواص :

(1) متقابلہ ضلعے متوازی ہوتے ہیں۔

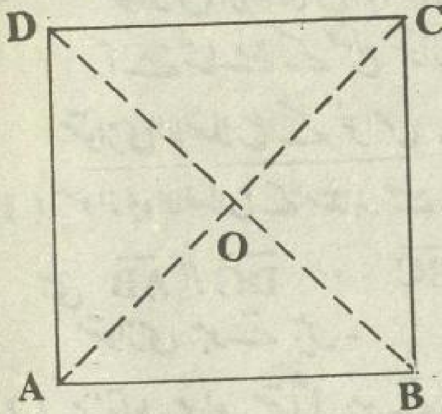
یعنی $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ، $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$

(2) متقابلہ ضلعے متماثل ہوتے ہیں۔

یعنی $m\overline{AD} - m\overline{BC}$ ، $m\overline{AB} - m\overline{DC}$

(3) ہر زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔
(4) دونوں وتر متماثل ہوتے ہیں۔
(5) وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

III مُربّع : ایسی مستطیل جس کے چاروں اضلاع متماثل ہوں مربع کہلاتی ہے۔



مُربّع کے خواص :

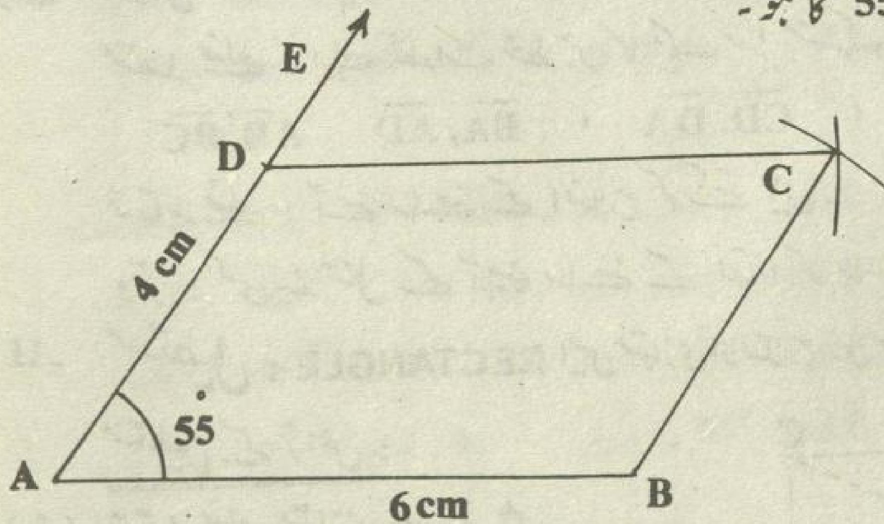
(1) متقابلہ ضلعے متوازی ہوتے ہیں۔
یعنی $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ، $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$
(2) چاروں اضلاع متماثل ہوتے ہیں
(3) ہر زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔
(4) دونوں وتر متماثل ہوتے ہیں۔
(5) وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

متوازی الاضلاع ، مستطیل ، مربّع کی بناوٹ :

متوازی الاضلاع بنانا جبکہ دو متصلہ اضلاع اور ان کے درمیانی زاویہ کی مقداریں معلوم ہوں۔

مثال 1 : متوازی الاضلاع بنائیے جس کے متصلہ اضلاع کی مقداریں 6 سم اور 4 سم ہوں اور درمیانی زاویہ 55° کا ہو۔

عمل :



(1) ایک قطعہ خط AB 6 سم لمبا لیا۔
(2) نقطہ A پر $E\hat{A}B$ 55° کا بنایا۔
(3) $\overrightarrow{AE}$ میں سے $\overline{AD}$ 4 سم لمبا قطع کیا۔
(4) نقطہ B کو مرکز مان کر 4 سم رداس کی قوس لگائی۔
(5) نقطہ D کو مرکز مان کر 6 سم رداس کی قوس لگائی جس نے پہلی قوس کو نقطہ C پر قطع کیا۔

(6) قطعاتِ خط CD اور CB کھینچیے۔

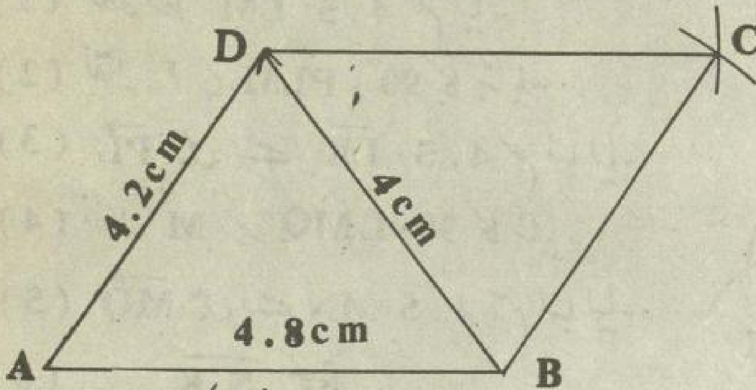
ABCD مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

متوازی الاضلاع بنانا جبکہ دو متصلہ اضلاع اور وتر کی مقداریں معلوم ہوں۔

مثال 2 : متوازی الاضلاع ABCD بنائیں جبکہ

$m\overline{AB} = 4.8\ cm \quad m\overline{AD} = 4.2\ cm \quad m\overline{BD} = 4\ cm$

عمل :



(1) قطعہ خط AB 4.8 سم لمبا لیا۔

(2) B کو مرکز مان کر 4 سم رداس کی قوس لگائی۔

(3) A کو مرکز مان کر 4.2 سم رداس کی قوس لگائی۔ دونوں قوسوں نے ایک دوسرے کو نقطہ D پر قطع کیا۔

(4) $\overline{BD}$, $\overline{DA}$ کھینچیے

(5) اب B کو مرکز مان کر 4.2 سم رداس کی قوس لگائی۔

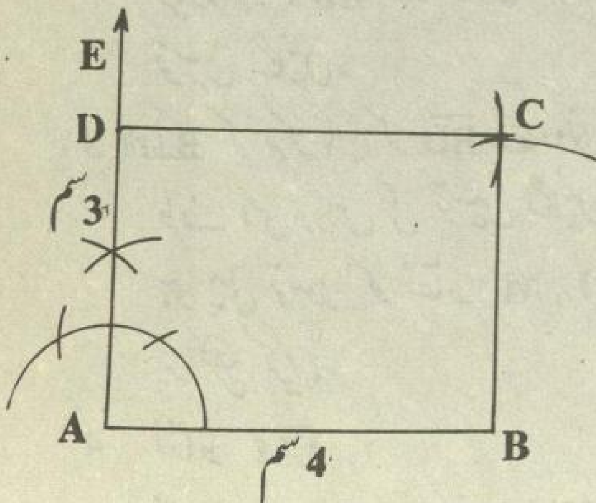
(6) D کو مرکز مان کر 4.8 سم رداس کی قوس لگائی جس نے پہلی قوس کو نقطہ C پر قطع کیا۔

(7) $\overline{CD}$ اور $\overline{CB}$ کھینچیے

پس ABCD مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

مثال 3 مستطیل بنائیں جس کے متصلہ اضلاع کی مقداریں بالترتیب 4 سم اور 3 سم ہوں۔

عمل :



(1) ایک قطعہ خط AB، 4 سم لمبا لیا۔

(2) نقطہ A پر زاویہ EAB 90° کا بنایا۔

(3) $\overrightarrow{AE}$ میں سے $\overline{AD}$ 3 سم کے برابر قطع کیا۔

(4) نقطہ D کو مرکز مان کر 4 سم رداس کی قوس لگائی۔

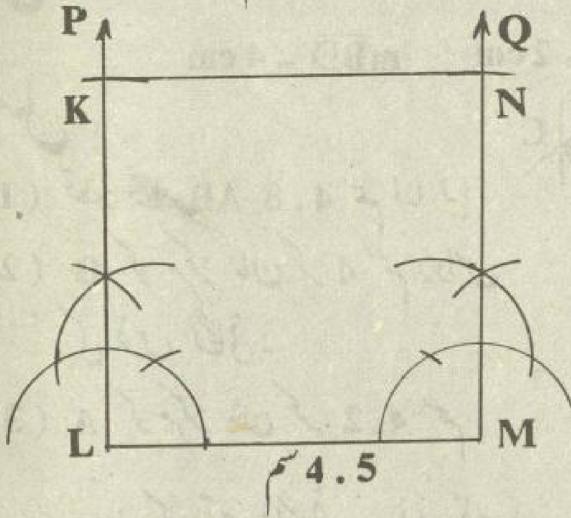
(5) نقطہ B کو مرکز مان کر 3 سم رداس کی قوس لگائی جس نے پہلی قوس کو نقطہ C پر قطع کیا۔

(6) $\overline{CD}$ اور $\overline{CB}$

پس ABCD مطلوبہ مستطیل ہے۔

مثال 4 : ایک مربع LMNK بنائیں جس کے ضلع کی مقدار 4.5 سم ہو۔

عمل :



(1) قطعہ خط LM، 4.5 سم لیا۔

(2) نقطہ L پر $\hat{PLM}$، 90° کا بنایا۔

(3) $\overrightarrow{PL}$ میں سے $\overline{LK}$، 4.5 سم لمبا لیا۔

(4) نقطہ M پر $L\hat{M}Q$، 90° کا بنایا۔

(5) $\overrightarrow{MQ}$ میں سے MN 4.5 سم لمبا لیا۔

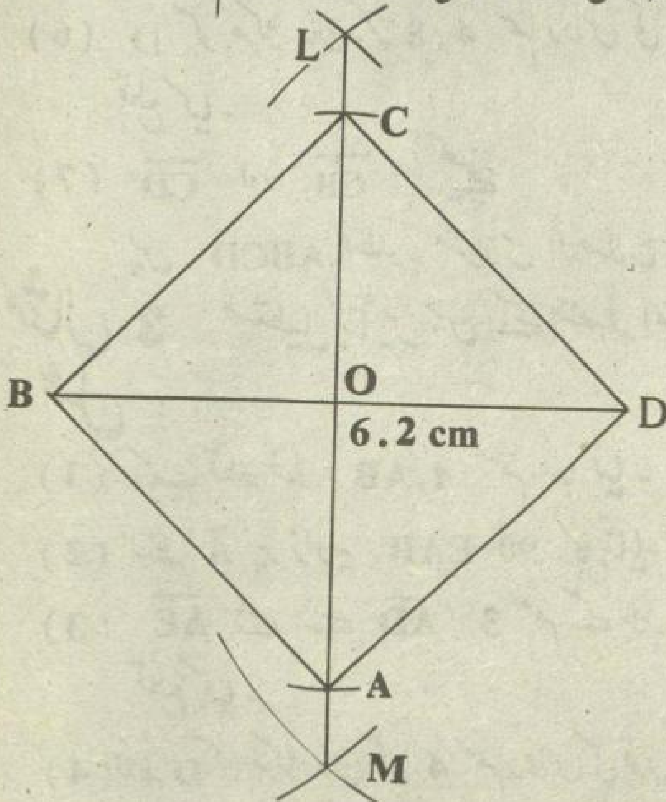
(6) $\overline{NK}$ کھینچا

پس LMNK مطلوبہ مُربّع ہے۔

مُربّع بنانا جبکہ وتر کی مقدار معلوم ہو

مثال 5 : ABCD ایک مُربّع بنائیں جبکہ اس کے وتر کی مقدار 6.2 سم ہو۔

عمل :



(1) قطعہ خط BD 6.2 سم لمبا لیا۔

(2) نقطہ D کو مرکز مان کر (مناسب رداس کی جو $\overline{BD}$ کی نصف مقدار سے زیادہ ہو) $\overline{BD}$ کے دونوں طرف قوسیں لگائیں۔

(3) نقطہ B کو مرکز مان کر $\overline{BD}$ کے دونوں طرف اسی رداس کی قوسیں لگائیں جو پہلی قوسوں کو نقاط L, M پر قطع کریں۔

4 نقاط $\overline{LM}$

(5) قطعہ خط LM قطعہ خط BD کی تنصیف نقطہ O پر کرتا ہے۔

(6) نقطہ O کو مرکز مان کر $\overline{OD}$ کی مقدار کے برابر (3.1 سم) رداس کی دو قوسیں لگائیں جو $\overline{LM}$ کو نقاط C, A پر قطع کریں گی۔

(7) $\overline{AD}$ $\overline{AB}$ $\overline{CD}$ اور $\overline{CB}$ کھینچیے

پس ABCD مطلوبہ مُربّع ہے۔

مشق 9.4

1 - مستطیل بنائیے جبکہ اس کے دو متصلہ اضلاع کی مقداریں مندرجہ ذیل ہوں۔

(i) 6 cm, 3.6 cm. (ii) 7.4 cm. 3.5 cm. (iii) 5.9 cm. 4.6 cm.

2 - ایک مستطیل ABCD بنائیں۔ جس کے اضلاع کی پیمائش درج ذیل ہے۔

$m\overline{AB}$ - 5.1 cm. $m\overline{BC}$ - 2.9 cm.

3 - مستطیل LMNP بنائیں جس میں

$m\overline{MN}$ - 3 cm $m\overline{LM}$ - 6.2 cm

4 - مربع بنائیں جبکہ اس کے ضلع کی پیمائش درج ذیل ہے۔

(i) 4 cm (ii) 5.4 cm (iii) 5 cm (iv) 6.4 cm

5 - مُربّع بنائیں جبکہ اس کے وتر کی مقدار درج ذیل ہے۔

(i) 4 cm (ii) 5.4 cm (iii) 5 cm (iv) 8 cm.

6 - متوازی الاضلاع ABCD بنائیں جبکہ

(i)	$m\overline{AB}$ - 4 cm.	$m\overline{BC}$ - 3 cm	$m\hat{A}$ - 40°
(ii)	$m\overline{AB}$ - 3.8 cm.	$m\overline{BC}$ - 2.4 cm	$m\hat{A}$ - 35°
(iii)	$m\overline{AB}$ - 4 cm.	$m\overline{BD}$ - 3 cm.	$m\hat{A}$ - 45°
(iv)	$m\overline{AB}$ - 6.4 cm.	$m\overline{BD}$ - 3.2 cm.	$mD\hat{B}A$ - 60°
(v)	$m\overline{AB}$ - 2.2 cm	$m\overline{BD}$ - 2 cm	$m\overline{BD}$ - 3 cm
(vi)	$m\overline{AB}$ - 4 cm.	$m\overline{BD}$ - 3 cm	$m\overline{BD}$ - 3.1 cm

دائرے کا محیط : CIRCUMFERENCE OF A CIRCLE

دائرے کے متعلق آپ پہلے پڑھ چکے ہیں۔ اب ہم دائرے کا محیط معلوم کرنے کا طریقہ سیکھیں گے۔

FIND THE CIRCUMFERENCE OF A CIRCLE — دائرے کا محیط معلوم کرنے کا طریقہ :

(1) کسی سلنڈر یا گھی کے گول ڈبے کے گرد کس کر کاغذ لپیٹ دیں۔

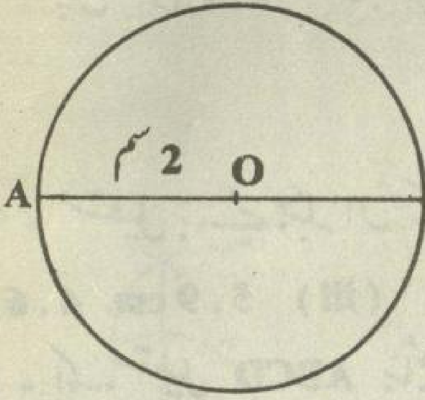
(2) جہاں کاغذ کے دو کنارے اُوپر نیچے آئیں - وہاں پن لگا دیں۔

(3) اب پن اُتار کر کاغذ کو سیدھا کریں۔

(4) پن کاغذ پر دو نشانات چھوڑے گی۔

(5) ان دو نشانات کا درمیانی فاصلہ دائرے کا محیط ہو گا۔

(6) ان کی پیمائش کر لیں۔ یہ مطلوبہ محیط ہو گا۔



اب ہم دائرے کے محیط اور قطر کی لمبائی کا مقابلہ کرتے ہیں۔

سامنے ایک دائرہ دکھایا ہے جس کا رداس = 2 سم

اس لیے قطر کی لمبائی = 4 سم (کیونکہ قطر کی مقدار رداس سے دو گنا ہوتی ہے

ہم جانتے ہیں کہ دائرے کی پیمائش کو محیط کہتے ہیں۔

اگر ہم دائرے کے نقطہ A پر ایک پن لگا کر اس کے ساتھ دھاگہ باندھ دیں اور یہ دھاگہ احتیاط کے ساتھ دائرے کے گرد گھومتے جائیں۔ جب یہ دھاگہ دوبارہ نقطہ A پر پہنچ جائے تو دھاگے کو کاٹ دیں۔

اب اس دھاگے کی لمبائی کی پیمائش کر لیں۔ پیمائش سے پتہ چلا کہ یہ لمبائی تقریباً 12.6 سم اور دائرے کے قطر کی لمبائی 4 سم

یہاں 12.56 سم دائرے کی پیمائش ہے جو کہ محیط کہلاتا ہے۔

دائرے کا محیط دائرے کے قطر کی لمبائی سے قریباً 3 گُنا ہے۔

محیط اور قطر کی لمبائی کا تعلق یا محیط : قطر

12.56 : 4

$$\frac{12.56}{4} = 3.14$$

اسی طرح اگر مختلف رداس کے دائرے بنائے جائیں

مثلاً اگر دائرے کا قطر 6 سم ہو تو محیط 18.84 سم ہو گا۔

یعنی محیط : قطر کی لمبائی 6 : 18.84

= 3.14

3.14 برابر ہے تقریباً $\frac{22}{7}$ کے اور اس مقدار کو علامت π سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

اب

$$\pi = \frac{\text{دائرے کا محیط}}{\text{دائرے کے قطر کی لمبائی}}$$

اِس لیے دائرے کا محیط = π × دائرے کے قطر کی لمبائی

= π × 2 × رداس (کیونکہ دائرے کے قطر کی لمبائی = 2 × رداس)

دائرے کا محیط = $2\pi r$

(جبکہ r دائرے کا رداس ہے)

مثال 1: ایک دائرے کا رداس 6 سم ہو تو اس کا محیط معلوم کریں۔

عمل: دائرے کا رداس = 6

دائرے کا محیط = $r \times \pi \times 2$

تقریباً $6 \times \frac{22}{7} \times 2$

$\frac{264}{7} = 37.7$

مثال 2: دائرے کا محیط معلوم کریں جبکہ اس کے قطر کی لمبائی = 7 سم

عمل: دائرے کا قطر = 7 سم

دائرے کا محیط = قطر کی لمبائی × π

$= 7 \times \frac{22}{7} = 22$ سم

مثال 3: اگر دائرے کا محیط 88 سم ہے تو دائرے کا رداس معلوم کریں۔

حل: دائرے کا محیط = $2 \times \pi \times r$

$88 = 2 \times \frac{22}{7} \times$ رداس

$88 = \frac{44}{7} \times$ رداس

رداس = $88 \div \frac{44}{7}$

رداس = $\overset{2}{\cancel{88}} \times \frac{7}{44}$

رداس = 14 سم

مثال 4 : اگر دائرے کا محیط 110 سم ہو تو دائرے کے قطر کی لمبائی معلوم کریں۔

حل :

دائرے کا محیط = آر × قطر کی لمبائی

$110 = \frac{22}{7} \times$ قطر کی لمبائی

قطر کی لمبائی $= 110 \div \frac{22}{7}$

قطر کی لمبائی $= \overset{5}{\cancel{110}} \times \frac{7}{\cancel{22}}$

قطر کی لمبائی $= 5 \times 7$

قطر کی لمبائی = 35 سم

مثال 5 : سائیکل کے پہیے کا رداس 28 سم ہے۔ بتائیں وہ 10 چکر کاٹنے میں کتنا فاصلہ طے کرتا ہے۔

حل :

سائیکل کے پہیے کا محیط = 2×آر × رداس

$2 \times \frac{22}{7}$ رداس

$= 2 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \overset{4}{\cancel{28}}$

= 176 سم

ایک چکر میں فاصلہ طے ہوتا ہے = 176 سم

10 چکروں میں فاصلہ طے ہوتا ہے = 10 × 176

= 1760 سم

$= \frac{1760}{100}$ میٹر

= 17.60 میٹر

مشق 9.5

1 دائرہ کا محیط معلوم کریں جبکہ اس کا رداس
(i) 84 ڈیسی میٹر ہو۔ (ii) 63 سم ہو۔

2 دائرہ کا محیط معلوم کریں جبکہ اس کے قطر کی لمبائی
(i) 147 ڈیسی میٹر ہو۔ (ii) 8.4 میٹر ہو۔

3 ایک مشین کا پہیہ ایک کلومیٹر میں 100 چکر لگاتا ہے۔ اس کا رداس معلوم کریں۔

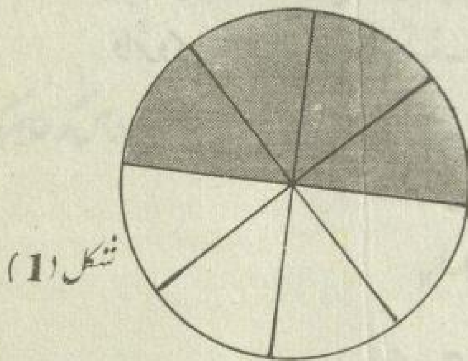
4 ایک گھڑی کی بڑی سُوئی 4.2 سم لمبی ہے۔ بتائیں 2 گھنٹے میں سُوئی کی نوک کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

5 ایک کھیل کے میدان میں ایک گول چکر 250 میٹر ہے۔ ایک کھلاڑی اس کے گرد چکر لگانے کے لیے 3 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے کتنا وقت لے گا۔

دائروی علاقے کا رقبہ : AREA OF A CIRCULAR REGION

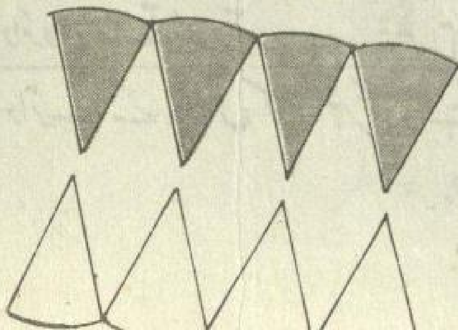
آپ جانتے ہیں کہ خط اور قطعہ خط وغیرہ کی طرح دائرہ بھی نقاط کا سیٹ ہے۔
دائرہ اور اس کے اندرونہ کا یونین دائروی علاقہ کہلاتا ہے۔

دائروی علاقے کی مقدار کو اس کا رقبہ کہتے ہیں۔
سامنے ایک دائروی علاقہ دِکھایا گیا ہے۔
اسے آٹھ برابر حصّوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔
ان میں سے چار حصّے سایہ دار ہیں اور چار حصّے سفید ہیں۔

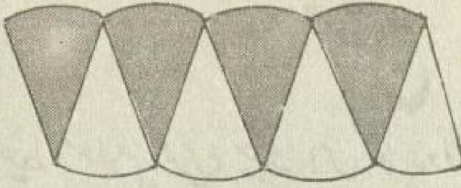


شکل (1)

اب انھیں آپ قینچی سے کاٹ لیں جیسا کہ شکل 2 میں دکھایا گیا ہے۔
پھر انھیں جوڑ کر اس طرح رکھیں کہ ایک سایہ دار حصّے کے بعد ایک

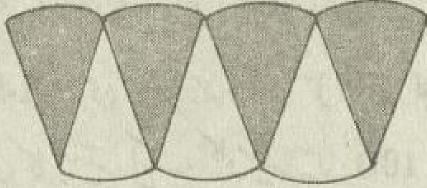


شکل (2)



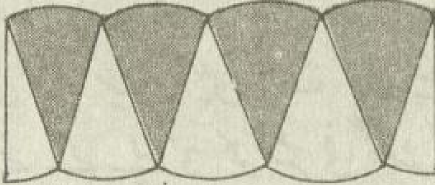
شکل (3)

سفید حصّہ آئے۔ جیسا کہ شکل (3) میں دِکھایا گیا ہے۔ اس طرح یہ ایک متوازی الاضلاعی علاقہ بن گیا ہے۔ اب اگر دائیں طرف سے پہلے سفید حصّے کو کاٹ لیا جائے تو شکل (3) یُوں رہ جائے گی جیسی کہ شکل (4) میں دِکھائی گئی ہے۔



شکل (4)

اب اس سفید حصّے کے دو برابر حصّے کرکے ایک شکل کے ایک جانب اور دوسرا شکل کے دوسری جانب یوں رکھا جائے جیسا کہ شکل (5) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (5)

اب یہ شکل مستطیلی علاقہ بن گیا۔

مستطیلی علاقے کا رقبہ ـ لمبائی × چوڑائی

یہاں مستطیلی علاقے کی لمبائی ـ تقریبًا دائرے کے نصف محیط کے برابر ہو گی۔

مستطیلی علاقے کی چوڑائی ـ رداس

دائروی علاقے کا رقبہ ـ مستطیلی علاقے کا رقبہ

ـ لمبائی × چوڑائی

ـ دائرے کا نصف محیط × دائرے کا رداس

$= (\frac{1}{2} \times 2 \times \pi \times$ رداس$) \times$ رداس

ـ $\pi \times$ (رداس)^2

$= \pi \times$ (رداس)^2

دائروی علاقے کا رقبہ $= \pi r^2$

جبکہ r دائرے کے رداس کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال 1 : ایک دائرے کا رداس 5 سم ہے اس دائروی علاقے کا رقبہ معلوم کریں۔

حل :

دائرے کا رداس = 5 سم

دائرے کا رقبہ = π × (رداس)^2 = $\pi \times r^2$

$$= (5)^2 \times \frac{22}{7}$$

$$= 5 \times 5 \times \frac{22}{7}$$

$$= \frac{550}{7}$$

= 78.57 مربّع سم

مثال 2 : ایک دائروی علاقے کا رقبہ = 1386 مربّع سم ہے۔ اس کا رداس معلوم کریں۔

حل :

دائروی علاقہ کا رقبہ = 1386 مربّع سم

دائروی علاقہ کا رقبہ = π × (رداس)^2 = πr^2

$$\pi r^2 = 1386$$

$$\frac{22}{7} \times r^2 = 1386$$

$$r^2 = \frac{7}{22} \times \overset{63}{1386} = 441$$

$r = \sqrt{441} = r = 21$ سم

مثال 3 ایک دائروی علاقہ کا رقبہ 38.5 مُربّع سم ہے۔ اس کے قطر کی لمبائی معلوم کریں۔

حل :

دائروی علاقے کا رقبہ = 38.5 مُربّع سم

دائروی علاقے کا رقبہ = π × (رداس)^2 = πr^2 (جبکہ r رداس کو ظاہر کرتا ہے)

$$r^2 \times \frac{22}{7} = 38.5$$

$$r^2 = 38.5 \times \frac{7}{22}$$

$r = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} = 3.5$ مربع سم

قطر = 3.5 × 2 = 7.0 سم

مثال 4: ایک گول تالاب کی تہہ پر سیمنٹ کرانے کا خرچ بحساب 5.50 روپے فی مربع میٹر 847 روپے ہے۔ اس کے قطر کی لمبائی معلوم کریں۔

حل: 1 مربع میٹر پر خرچ کیے = 5.50 روپے

1 " " = $\frac{1}{5.50}$

847 " " = $847 \times \frac{1}{550}$ 11 / 2 100

$77\ 847 \times \frac{2}{11}$

مربع میٹر = 154

154 مربع میٹر = (رداس)^2 × π

رقبہ = πr^2

$154 = \frac{22}{7} r^2$

$49 = \frac{154 \times 7}{22} = r^2$ (14 / 7 / 2)

$49 = r^2$

$7 = r$

رداس = 7 میٹر

قطر = 7 × 2

= 14 میٹر

مشق 9.6

1 - دائروی علاقہ کا رقبہ معلوم کریں جبکہ

(i) رداس = 21 سم
(ii) رداس = 3.5 میٹر
(iii) رداس 4.9 سم

2 - دائروی علاقہ کا رداس معلوم کریں جبکہ

(i) رقبہ = 18634 مربع میٹر

(ii) رقبہ - $38\frac{1}{2}$ مربع میٹر

(iii) رقبہ - 1386 مربع میٹر

3 - دائروی علاقہ کا قطر معلوم کریں جبکہ

(i) رقبہ - 15400 مربع سم

(ii) رقبہ - 9856 مربع میٹر

4 - ایک چوراہے پر ایک گول چبوترہ بنایا گیا ہے۔ اس کا رداس 3 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کریں۔

5 - ایک گول تالاب کا رداس 42 ڈیسی میٹر ہے۔ اِس کے فرش پر اینٹیں لگوانے کا خرچ 0.75 روپے فی مربع ڈیسی میٹر کے حساب سے معلوم کریں۔

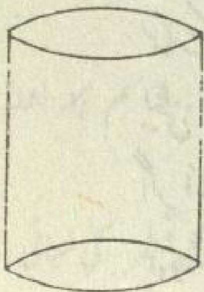
6 - $8\frac{1}{4}$ میٹر رداس کے ایک گول باغ میں 7.60 روپے فی مُربع میٹر کے حساب سے گھاس لگوانے کا خرچ معلوم کریں۔

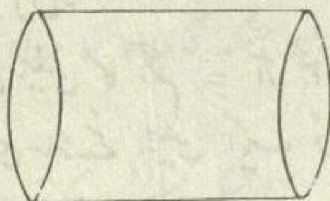
7 ایک باکی گراؤنڈ کی ڈی کے قطر کی لمبائی 25 میٹر ہے۔ اگر ڈی نصف دائرے کی شکل کی ہو تو اس کا رقبہ معلوم کریں اور اس کے ہموار کرنے کا خرچ 2 روپے فی مربع میٹر کیا ہوگا؟

8 - ایک گول تالاب کی تہہ پر سیمنٹ کرانے کا خرچ 5.10 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے 2040 روپے ہے۔ اس کے قطر کی لمبائی معلوم کریں۔

بیلن یا سلنڈر CYLINDER

سامنے دی گئی اشکال کو بیلن یا سلنڈر کہتے ہیں۔ گھی کے ڈبے، نل، رولر، ڈرم اور گنڈیریاں وغیرہ بھی بیلن کی شکل کی ہوتی ہیں۔ سامنے بنے ہُوئے بیلن پر غور کرنے سے پتہ چلتا ہے۔



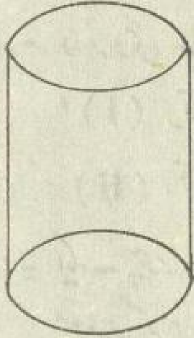


(1) اس کے آمنے سامنے کی دو سطحیں متوازی ہیں۔ یہ مساوی دائروی علاقے ہیں۔

(2) تیسری سطح منحنی ہوتی ہے۔ جو بیلن کی لمبائی (یا اونچائی ہوتی ہے)۔

بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ

کاغذ کا ایک مستطیلی علاقہ لیا۔ جس کی چوڑائی بیلن کی لمبائی کے برابر ہو۔
اس ٹکڑے کو بیلن کے گرد لپیٹ کر
فالتو حصہ کاٹ دیں۔





اس ٹکڑے کی چوڑائی کی مقدار تو بیلن کی لمبائی کے برابر ہے اور اس ٹکڑے کی لمبائی بیلن کے قاعدے یعنی دائروی علاقے کے محیط کے برابر ہوگی۔

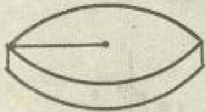
بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ = مستطیل کا رقبہ
= لمبائی × چوڑائی
= بیلن کے قاعدے کا محیط × بیلن کی بلندی

بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ = $2\pi rh$

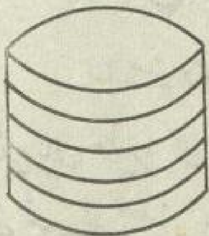
{ r قاعدے کا رداس
h بیلن کی بلندی }

بیلن کی جسامت :

ہم جانتے ہیں کہ کسی مجسم کی جسامت کی اکائیاں مکعب ہوتی ہیں۔ مثلاً اگر کسی جسم کا حجم 24 مکعب سم ہو تو اس کا مطلب ہے کہ اس میں ایک سم کنارے کے 24 مکعب سما سکتے ہیں۔
اب اگر کسی بیلن کے قاعدے کا رداس "r" ہو تو



اس کے قاعدے کا رقبہ = πr^2 مربع سم
اگر اس بیلن کی بلندی = 1 سم ہو
تو اس بیلن میں ایک سم کنارے کے $\pi r^2 \times 1$ مکعب سما سکتے ہیں۔



یعنی اس بیلن کا حجم = πr^2 مکعب سم
اگر ایک ہی سائز کے بیلن ایک دوسرے پر رکھے جائیں تو وہ ایک بڑا بیلن بن جائے گا۔
اور اگر ان چھوٹے بیلنوں کی تعداد "h" ہو تو بننے والے بیلن کی لمبائی h سم ہوگی اور اس کے قاعدے کا رداس "r" سم ہوگا۔

اس بیلن کا حجم یا جسامت = $\pi r^2 \times h$ مکعب سم ہوگا۔

پس

بیلن کا حجم یا جسامت = $\pi r^2 h$

مثال 1 : ایک سلنڈر کے قاعدے کا رداس 14 سم اور بلندی 20 سم ہے۔ اس کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔

حل :

قاعدے کا رداس = 14 سم

بلندی = 20 سم

منحنی سطح کا رقبہ = $2 \times \pi \times r \times h$

$h = 20$ سم

$\pi = \frac{22}{7}$

رقبہ = $20 \times 14 \times \frac{22}{7} \times 2$

منحنی سطح کا رقبہ = 1760 مُربع سم

مثال 2 : 21 سم لمبی گول سلاخ کی جسامت معلوم کریں۔ جس کے قاعدے کا رداس 6 سم ہو۔

حل : قاعدے کا رداس = 6 سم

بیلن کی بلندی = 21 سم

جسامت = $\pi r^2 h$

$r = 6$ سم

$h = 21$ سم

$= 21 \times (6)^2 \times \frac{22}{7}$

$= 21 \times 6 \times 6 \times \frac{22}{7}$

= 2376 مکعب سم

مشق 9.7

1 - ایک سلنڈر کی گول سطح کا رقبہ اور حجم معلوم کریں جبکہ قاعدہ کا رداس 3.5 سم ہو اور سلنڈر کی بلندی 16 سم ہو۔

2 - ایک سلنڈر کی باہر کی سطح کا رقبہ اور حجم معلوم کریں جبکہ سلنڈر کے قاعدہ کے قطر کی لمبائی 28 سم اور اس کی اونچائی 5 سم ہو۔

3 - ایک سلنڈر کی گولائی کا رقبہ معلوم کریں جبکہ رداس = 3 سم ، بلندی = 8 سم ہو۔

4 - مندرجہ بالا سلنڈر کا حجم معلوم کریں۔

5 - ایک سلنڈر کی کُل سطح کا رقبہ معلوم کریں۔ جبکہ اس کی بلندی 15.8 سم ہے اور قاعدہ کا قطر 8.4 سم ہے۔ (نوٹ : کُل سطح سے مُراد گولائی اور قاعدہ کا رقبہ)

6 - ایک سلنڈر کا حجم معلوم کریں جبکہ اس کی بلندی 12.0 سم اور قاعدہ کے قطر کی لمبائی 3.6 سم ہے۔

7 - پانی کے پائپ کا حجم معلوم کریں جبکہ اس کی لمبائی 4 میٹر اور قاعدہ کے قطر کی لمبائی 3 سم ہے۔

8 - ایک پائپ کا حجم معلوم کریں جبکہ اس کی لمبائی 3 میٹر اور قاعدہ کے قطر کی لمبائی 9 سم ہے۔ اس پائپ کی گولائی والی سطح کا رقبہ بھی معلوم کریں۔

مشق 9.8

1 - ایک کمرے کی لمبائی 4 میٹر ، چوڑائی 3.5 میٹر اور بلندی 2.5 میٹر ہے۔ کمرے کی چاروں دیواروں کا رقبہ معلوم کریں۔

2 - ایک کمرے کے چاروں دیواروں کا رقبہ 86.70 مربع میٹر ہے اور بلندی 3.40 میٹر ہے۔ کمرے کے فرش کا احاطہ معلوم کریں۔

3 - ایک مکعب نما حوض کی لمبائی 125 سم ، چوڑائی 80 سم اور بلندی 65 سم ہے۔ بتائیں اس میں کتنے لٹر پانی کی گنجائش ہے ؟

4 - ایک مکعب نما برتن کی لمبائی 1.20 میٹر ، چوڑائی 0.75 میٹر اور بلندی 0.50 میٹر ہے۔ اس میں کتنے لٹر پانی کی گنجائش ہے ؟

5 - ایک حوض کی لمبائی 40 میٹر ، چوڑائی 30 میٹر اور گہرائی 3 میٹر ہے۔ اس کا حجم معلوم کریں۔

6 - ایک کمرے میں 10 سم اُونچا ، 1 میٹر چوڑا اور 3 میٹر لمبا ایک چبوترا بنایا گیا۔ اُس کا حجم معلوم کریں۔

7 - ایک مسجد میں چٹائیاں بچھانے کی جگہ 50 میٹر لمبی اور 36 میٹر چوڑی ہے اگر چٹائی $4\frac{1}{2}$ میٹر چوڑی ہے اور اس کی قیمت 7 روپے میٹر ہو تو مسجد کے لیے کتنے کی چٹائیاں درکار ہوں گی اور کتنے میٹر چٹائی کی ضرورت ہو گی ؟

8 - ایک دیوار 12 میٹر لمبی $\frac{1}{2}$ میٹر چوڑی اور 5 میٹر اُونچی ہے۔ اس میں 25 سم لمبی، 15 سم
چوڑی اور 8 سم اونچی کتنی اینٹیں لگیں گی ؟

9 - ایک میدان میں 3456 مکعب میٹر بجری ڈالی گئی اگر اس میدان کی لمبائی 16 میٹر اور
چوڑائی 9 میٹر ہو تو اس بجری کی اونچائی معلوم کریں۔

10 - ایک گڑھا 20 میٹر لمبا، 15 میٹر چوڑا اور 6 میٹر گہرا ہے۔ اس کو بھرنے کا کیا خرچ
آئے گا جبکہ ایک مکعب میٹر پر مٹی ڈلوانے کا خرچ 1.25 روپے ہو۔

نوٹ : 1 لٹر = 1000 مکعب سم قریبًا
1000 لٹرز = 1 مکعب میٹر "
1 مکعب میٹر = 1000 000 مکعب سم

باب 10

گراف

GRAPH

کسی بھی تحقیقی کام میں مواد اکٹھا کرنے کے بعد ہمیں اس مواد میں شامل اعداد و شمار کا مقابلہ کرنے کی ضرورت پیش آتی رہتی ہے۔ اس ضرورت کے پیشِ نظر کچھ ایسے طریقے ایجاد کیے گئے ہیں جن کی مدد سے اعداد و شمار کا مقابلہ آسانی سے کیا جا سکتا ہے۔ اعداد و شمار کو شکلوں اور گراف کے ذریعے ظاہر کرتے ہیں۔ ان اشکال کو دیکھ کر اعداد و شمار کے تعلق کی وضاحت ہو جاتی ہے اور نتائج بھی آسانی سے اخذ کیے جا سکتے ہیں۔

گراف بنانے کے لیے چند ضروری باتیں ذہن میں رکھنی چاہییں۔

(1) اعداد و شمار کی تیاری میں مکمل احتیاط سے کام لیا جائے۔

(2) پیمائش کی اکائیوں (سکیل) کا صحیح انتخاب کیا گیا ہو اور اس کا ذکر گراف پر ہو۔

(3) شکل یا گراف بالکل واضح اور جامع ہو کہ ایک نظر دیکھ کر مواد کی تمام خصوصیات کا پتہ چل جائے۔

یہاں پر ہم گراف کی مندرجہ ذیل اقسام کا ذکر کریں گے۔

(1) بار گراف BAR GRAPH

(2) لائن گراف LINE GRAPH

(3) پائی گراف PIE- GRAPH

(1) بارگراف BAR GRAPH

(1) اس گراف میں اعداد و شمار کے مواد کو پٹیوں (یعنی Bars) کے ذریعے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اور پٹیوں کی لمبائی کا انحصار مواد کی مقدار اور پیمائش کی اکائی پر ہوتا ہے۔

(2) اس گراف کو بنانے کے لیے ہم دو خطوط لیتے ہیں جو ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر

قطع کرتے ہیں اور ان میں سے ایک اُفقی اور ایک راسی ہوتا ہے۔ اسے گراف کے محور کہتے ہیں۔

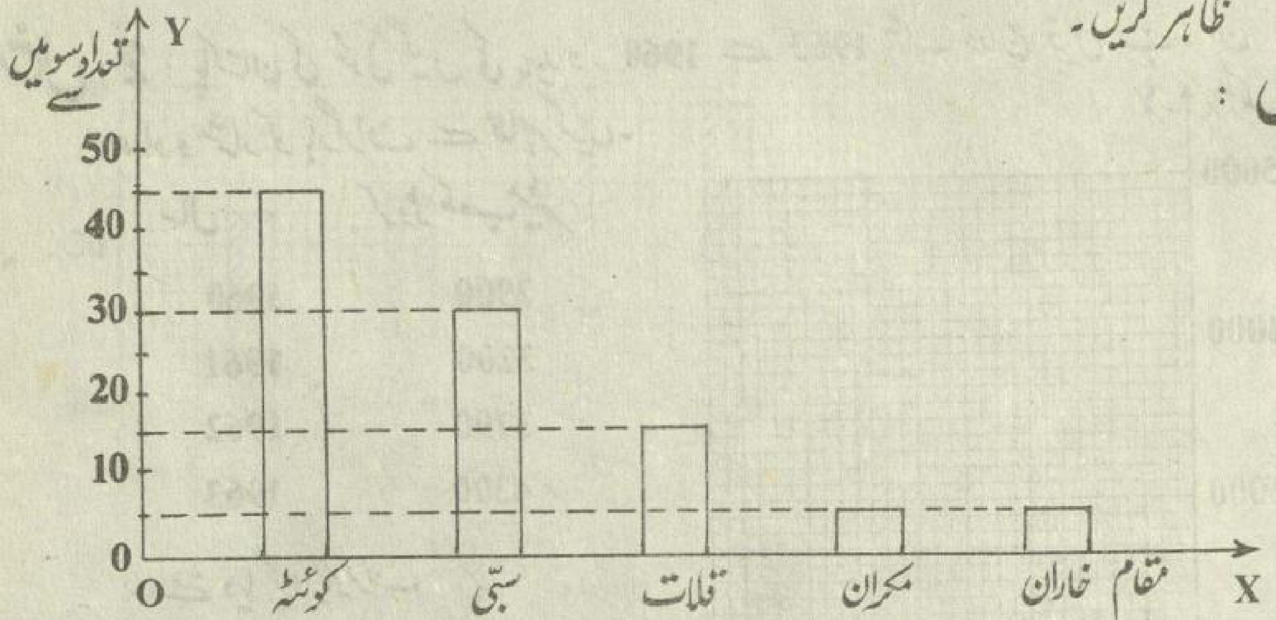
(3) پٹیاں بناتے وقت اِس بات کا خیال رکھا جاتا ہے کہ پٹیوں کی چوڑائی برابر ہو اور ان کے درمیان فاصلہ بھی برابر ہو۔

(4) اگر مواد کا تعلق وقت سے نہ ہو تو اس اعداد و شمار کے مواد کو ترتیب سے یعنی نزولی یا صعودی ترتیب میں لکھتے ہیں۔

بارگراف عام طور پر ایسے اعداد وشمار کے موازنہ کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے جس کی قسم تو ایک ہی ہو۔ مگر اس کا تعلق مختلف وقتوں اور مختلف مقامات سے ہو۔

مثال 1 : ایک اندازے کے مطابق پڑھے لکھے لوگ کوئٹہ میں 45 %، سبّی میں 30 %، قلات میں 15 %، مکران میں 5 %، خاران میں 5 % ہیں۔ اس کو بارگراف سے ظاہر کریں۔

حل :



ان اعداد و شمار کو بارگراف کے ذریعے ظاہر کرنے کے لیے دو محور لیے گئے ہیں۔

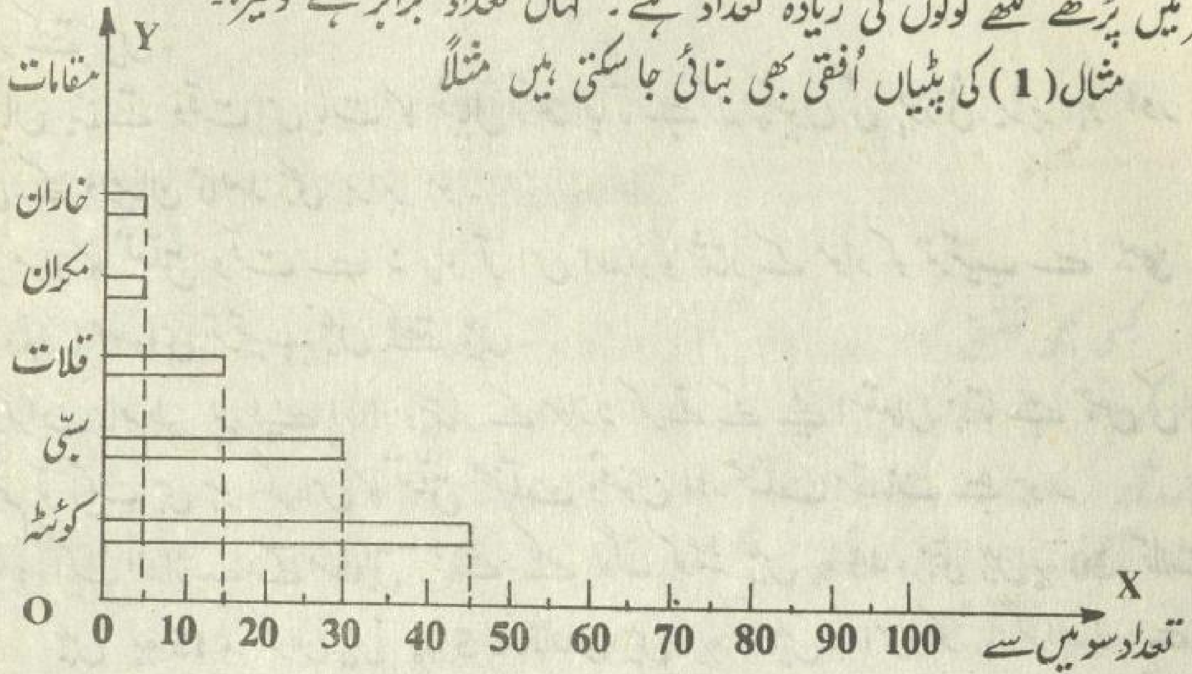
$\overrightarrow{OX}$ اُفقی محور ہے جس کے ساتھ مقام کو ظاہر کیا گیا اور $\overrightarrow{OY}$ عمودی محور ہے۔ جس کے ساتھ تعداد کو ظاہر کیا گیا ہے اور عمودی محور $\overrightarrow{OY}$ کے ساتھ اس کی اکائی کے حساب سے نشان لگائیے۔

ہر پٹی کی چوڑائی برابر ہے اور ان پٹیوں کا آپس میں فاصلہ بھی برابر ہے۔

اِس شکل میں پٹیاں راسی ہیں۔

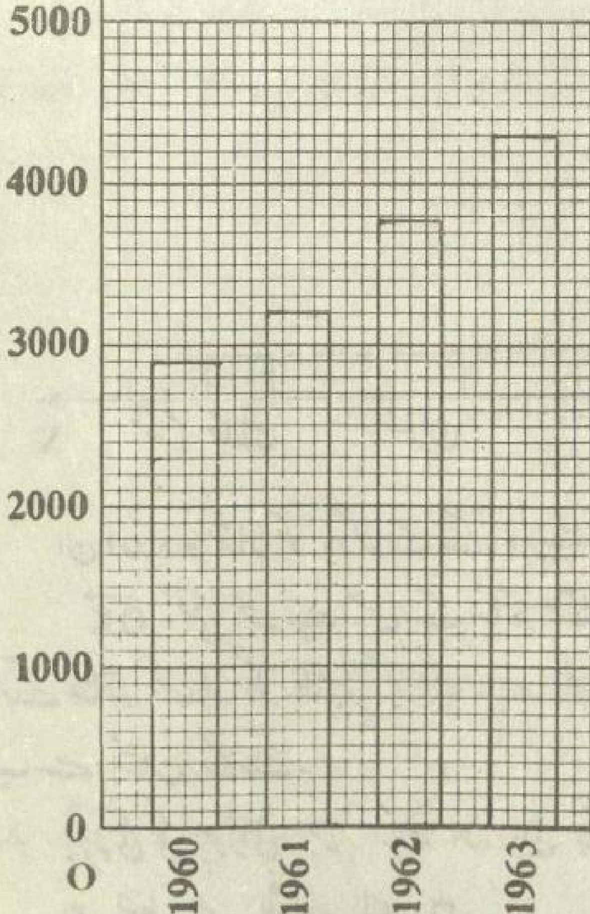
گراف دیکھ کر پتہ چل جاتا ہے کہ ان شہروں میں پڑھے لکھے لوگوں کی تعداد کتنی ہے۔ کس شہر میں پڑھے لکھے لوگوں کی زیادہ تعداد ہے۔ کہاں تعداد برابر ہے وغیرہ۔

مثال (1) کی پٹیاں اُفقی بھی بنائی جا سکتی ہیں مثلاً



مثال 2 : پاکستان کی سوئی گیس کی پیداوار 1960 سے 1963 تک درج ذیل ہے۔ ان اعداد و شمار کو بار گراف سے ظاہر کریں۔

سال	کروڑ مکعب میٹر
1960	2900
1961	3200
1962	3790
1963	4300



سامنے دیا گیا بار گراف اُوپر دیے گئے اعداد و شمار کو ظاہر کرتا ہے۔

سامنے افقی خط پر سال اور کروڑ مکعب میٹر راسی خط پر دکھائے گئے ہیں۔

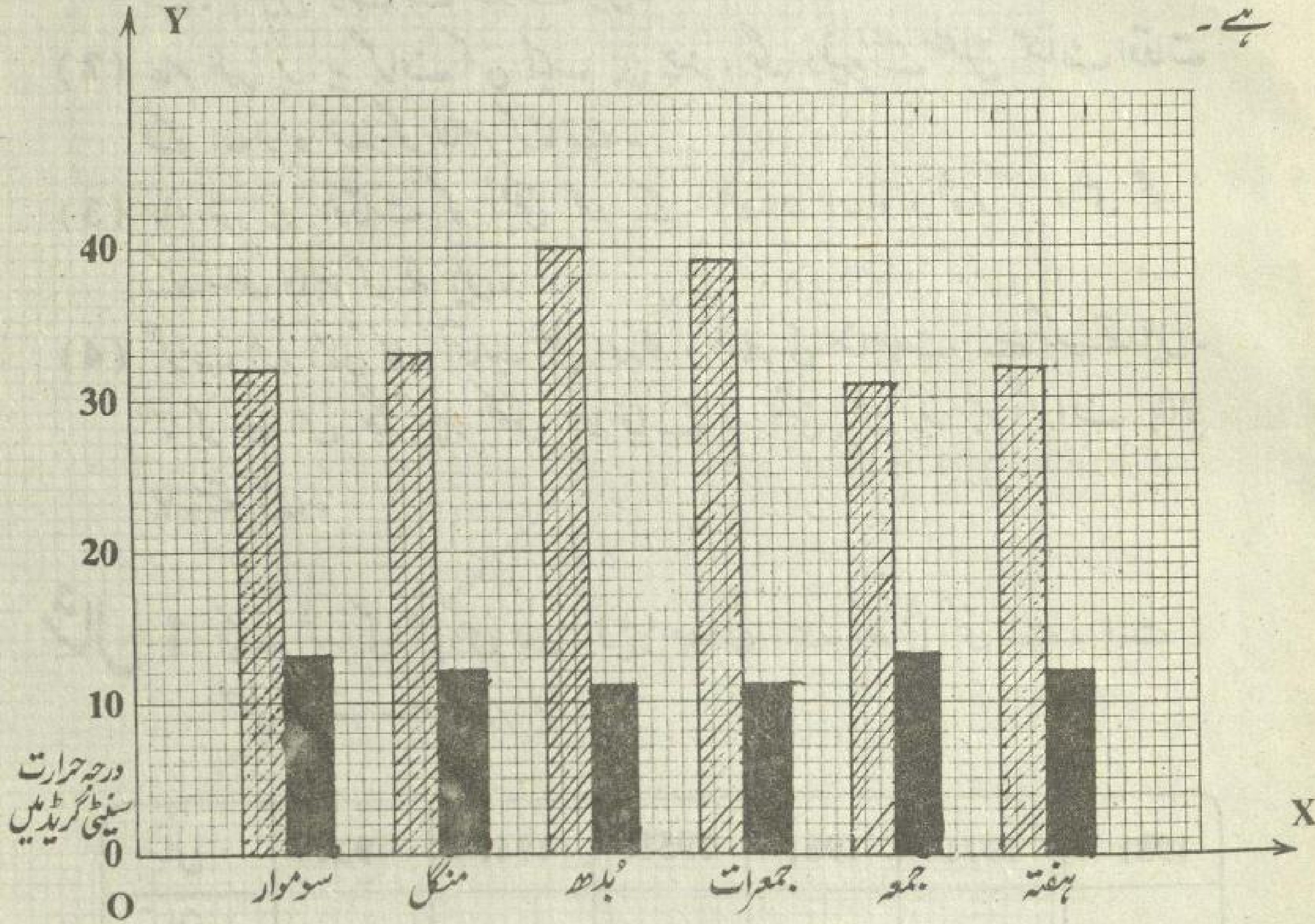
ہر چھوٹا خانہ 100 کو ظاہر کرتا ہے۔

جڑواں پٹیاں

بعض دفعہ دو مقداروں کا مقابلہ کرنے کے لیے جڑواں پٹیاں استعمال کی جاتی ہیں. مثلاً پاکستان کی درآمد و برآمد، مختلف دِنوں یا شہروں کے زیادہ سے زیادہ اور کم سے کم درجہ حرارت ۔ طریقہ وہی عام بارگراف والا ہے۔ صرف ایک کی بجائے دو پٹیاں ساتھ ساتھ بنائی جاتی ہیں۔

مثلاً نیچے دیے گئے چارٹ میں کوئٹہ کا مختلف دنوں کا زیادہ سے زیادہ اور کم سے کم درجہ حرارت سینٹی گریڈ میں دِکھایا گیا ہے۔

کوئٹہ میں چھ دنوں کا زیادہ سے زیادہ اور کم سے کم درجہ حرارت کو بارگراف سے ظاہر کیا گیا ہے۔ زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت کو ترچھی لائنوں سے اور کم سے کم کالے رنگ سے ظاہر کیا گیا ہے۔



اُوپر دیے گئے بارگراف سے مختلف دِنوں کے درجہ حرارت اور ایک ہی دن کی درجہ حرارت کا فرق پتہ چلتا ہے۔

لائن گراف یا خطی گراف : LINE-GRAPH

یہ ایسا گراف ہوتا ہے، جس میں دیے گئے اعداد و شمار کو نقاط سے ظاہر کیا جاتا ہے اور پھر ان نقاط کو ترتیب وار قطعات خط سے ملا دیا جاتا ہے۔ چونکہ اس طرح یہ ہمیں لائن یا خط کے نقاط کو ترتیب وار ملانے سے حاصل ہوتا ہے۔ اس لیے اِسے لائن گراف یا خطی گراف کہتے ہیں۔

(1) گراف بنانے کے لیے ہم دو قطعاتِ خط لیتے ہیں جو ایک دُوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہیں۔ ایک اُفقی ہوتا ہے اور ایک عمودی ہوتا ہے۔ انھیں گراف کے محور کہتے ہیں۔

(2) عام طور پر یہ گراف کسی ایک ہی چیز، جگہ وغیرہ کے متعلق مختلف اوقات کے اعداد و شمار کو ظاہر کرتا ہے۔

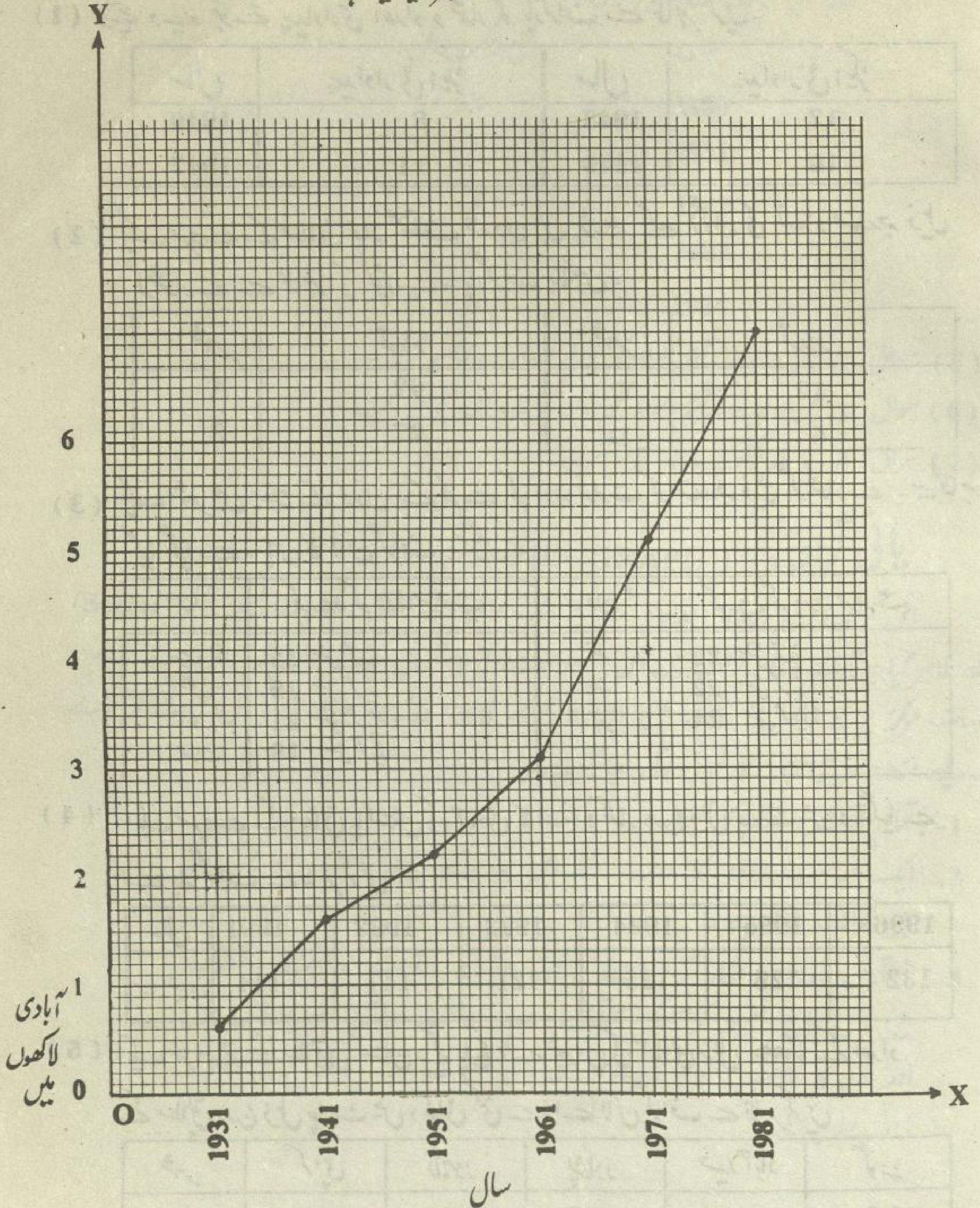
(3) عام طور پر اوقات کو اُفقی محور کے ساتھ اور اعداد و شمار کو راسی محور کے ساتھ ظاہر کرتے ہیں۔

(4) گراف میں اکائی کا انتخاب بھی اعداد و شمار کی مناسبت سے کرتے ہیں۔ تاکہ وہ اس جگہ پر مکمل ہو جائے۔ جتنی جگہ پر ہم گراف بنانا چاہتے ہیں۔

مثال 1 ایک شہر کی آبادی درج ذیل جدول سے دِکھائی گئی ہے۔ اِسے خطی گراف سے ظاہر کریں۔

سال	1931	1941	1951	1961	1971	1981
آبادی لاکھوں میں	.60	1.57	2.28	3.17	5.11	7.23

اس گراف میں آبادی کو راسی محور Oy کے ساتھ ظاہر کیا گیا ہے۔
اور وقت کو افقی محور OX کے ساتھ ظاہر کیا گیا ہے۔



مشق 10.1

(1) نیچے دیے ہوئے پیداواری اعداد و شمار کو بارگراف سے ظاہر کریں۔

سال	پیداوار فی ایکڑ	سال	پیداوار فی ایکڑ
1946	8	1948	12
1947	11	1949	10

(2) ایک سروے کے مطابق چار مختلف شہروں میں پڑھے لکھے لوگوں کی تعداد مندرجہ ذیل گوشوارے سے ظاہر کی گئی ہے۔ بارگراف بنائیں۔

شہر	تعداد	شہر	تعداد
A	42	C	12
B	27	D	5

(3) ایک شہر میں ہفتہ کے دنوں کے کم سے کم درجہ حرارت کو مندرجہ ذیل گوشوارے سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس کا لائن گراف بنائیں۔

دن	کم سے کم درجہ حرارت	دن	کم سے کم درجہ حرارت
پیر	15 سنٹی گریڈ	جمعہ	20 سنٹی گریڈ
منگل	19 سنٹی گریڈ	ہفتہ	22 سنٹی گریڈ
بدھ	21 سنٹی گریڈ	اتوار	24 سنٹی گریڈ
جمعرات	18 سنٹی گریڈ		

(4) ایک سروے کے مطابق پاکستان کی آبادی کا اعداد و شمار درج ذیل چارٹ میں دیا گیا ہے اسے بار گراف سے ظاہر کریں

سال	1991	1992	1993	1994	1995	1996
آبادی ملین میں	114	117	121	125	128	132

(5) ایک سروے کے مطابق پاکستان کے پانچ بڑے شہروں کی آبادی سال ۱۹۹۲ء کے اعداد کے مطابق درج ذیل چارٹ میں دکھائی گئی ہے۔ اسے لائن گراف سے ظاہر کریں

شہر	کراچی	لاہور	پشاور	حیدر آباد	کوئٹہ
آبادی ملین میں	10.6	6.00	2.4	1.9	1.3

(4) ایک کمپنی کا سالانہ نفع مندرجہ ذیل جدول سے ظاہر کیا گیا ہے۔
آپ اِسے خطی گراف سے ظاہر کریں۔

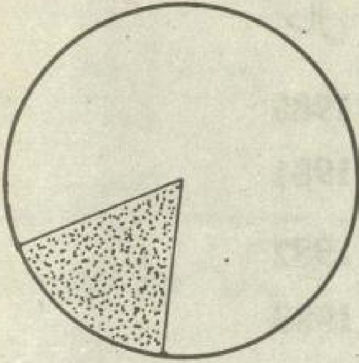
سال	نفع لاکھوں میں
1980	3
1981	5
1982	2
1983	4
1984	6

(5) سوال 3 میں دیے گئے مواد کو بارگراف میں ظاہر کریں۔
(6) سوال 1 میں دیے گئے مواد کو لائن گراف میں ظاہر کریں۔
(7) سوال 4 کو بار گراف سے ظاہر کریں۔

پائی گراف (PIE- GRAPH)

اس گراف کے ذریعے اعداد و شمار کو ایک دائرہ کے مختلف قطعات یعنی سیکٹر (Sector) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اس گراف میں اس خصوصیت کو استعمال کرتے ہیں کہ دائرہ کے تمام قطعات مرکز پر جو زاویے بناتے ہیں ان کا مجموعہ 360° درجے ہوتا ہے۔ اِس گراف کو بنانے کے لیے مندرجہ ذیل امور کا خیال رکھا جاتا ہے۔

1۔ تمام اعداد و شمار کا مجموعہ
2۔ ایک مناسب رداس کا دائرہ۔ جو اس جگہ کے لیے مناسب ہو جتنی جگہ میں گراف بنانا ہے۔
3۔ مختلف اعداد و شمار کو سامنے رکھتے ہوئے دائرے کو سیکٹروں (قطعات) میں اس طرح تقسیم کرنا کہ مختلف اعداد و شمار واضح طور پر پیش ہوں اور ان کا تناسب قائم رہے۔ یعنی اِسی نسبت سے مرکز پر مختلف زاویے بنانا۔



نوٹ : سامنے دی گئی شکل میں
سایہ دار حصّہ دائرے کا
ایک سیکٹر ہے۔

مثال 1 : ایک خاندان کا ماہانہ خرچ مندرجہ ذیل گوشوارے میں دکھایا گیا ہے۔ اس کو پائی گراف (PIE- GRAPH) سے ظاہر کریں۔

خوراک	360 روپے
لباس	180 روپے
کرایہ مکان	180 روپے
طبی سہولت	45 روپے
تعلیم	45 روپے
بچت	90 روپے

حل :

اخراجات	خرچ روپوں میں
خوراک	360
لباس	180
کرایہ مکان	180
طبی سہولت	45
تعلیم	45
بچت	90
کُل خرچ	900

یہاں ہم نے 900 روپوں کو دائرہ کے قطعات سے ظاہر کرنا ہے۔

خوراک پر خرچ ہونے والے روپے کو ظاہر کرنے والے سیکٹر کے زاویہ کی مقدار $= \frac{360}{900} \times \overset{4}{\cancel{360}}$

$= 144$

یعنی دائرے کا وہ حصّہ (سیکٹر) جو دو رداسی قطعات کو مرکز سے ملاتا ہے اس کے درمیان 144° کا زاویہ بنتا ہے۔

اسی طرح لباس پر خرچ ہونے والی رقم کو ظاہر کرنے والے سیکٹر کے زاویے کی **مقدار**

$$72^\circ = 360 \times \frac{180}{900} =$$

کرایہ مکان بھی اسی کے برابر ہے۔ اس لیے مکان کے کرایہ پر خرچ ہونے والی رقم کو ظاہر کرنے والے سیکٹر کے زاویے کی مقدار $= 72^\circ$

علاج معالجہ کے لیے خرچ ہونے والی رقم کو ظاہر کرنے والے سیکٹر کے زاویے کی **مقدار**

$$18^\circ = 360 \times \frac{45}{900} =$$

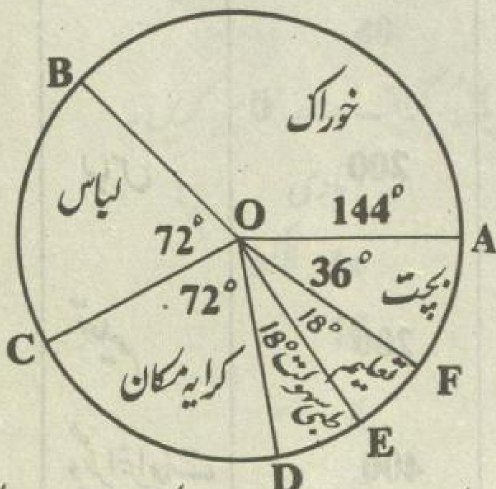
تعلیم بھی اسی کے برابر ہے۔ اس لیے تعلیم پر خرچ ہونے والی رقم کو ظاہر کرنے والے سیکٹر کا زاویہ $= 18^\circ$

بچت کو ظاہر کرنے والے سیکٹر کو ظاہر کرنے والے سیکٹر کے زاویے کی **مقدار**

$$36^\circ = 360 \times \frac{90}{900} =$$

کل مجموعہ $144^\circ + 72^\circ + 18^\circ + 18^\circ + 36^\circ = 360^\circ$

سامنے دی گئی شکل میں پائی گراف بنایا گیا ہے۔



کسی بھی رداس کا دائرہ کھینچا۔

دائرے کے کسی نقطہ A کو مرکز O سے ملایا۔ اسی طرح رداسی قطعہ OA حاصل ہُوا۔

$m\angle\widehat{AOB} = 144^\circ$ بنائیں جو خوراک پر خرچ ہونے والی رقم کو ظاہر کرتا ہے پھر OB کو قاعدہ مان کر $m\angle\widehat{BOC} = 72^\circ$ بنائیں جو لباس پر خرچ ہونے والی رقم کو ظاہر کرتا ہے۔

پھر OC کو قاعدہ مان کر نقطہ O پر زاویہ COD 72° کا بنائیں جو سیکٹر کرایہ پر خرچ ہونے والی رقم کو ظاہر کرتا ہے۔

اسی طرح OD کو قاعدہ مان کر زاویہ DOF بنائیں جس کی مقدار 18° درجے ہو اور اسی طرح باقی سیکٹر مکمّل کریں۔

آپ دیکھیں گے کہ آخری سیکٹر بناتے وقت زاویہ FOA میں زاویہ کا ایک بازو وہی ہے جس سے ہم نے گراف بنانا شروع کیا تھا۔

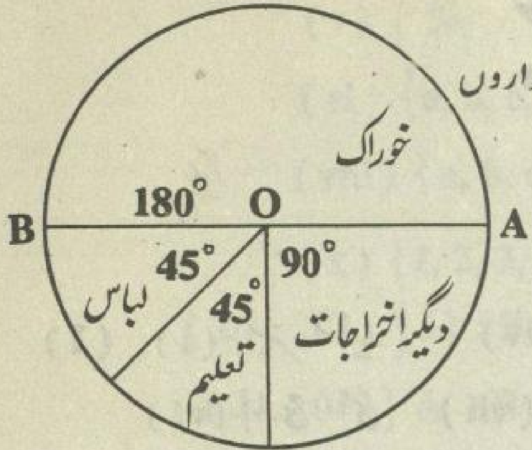
مثال 2: مندرجہ ذیل مواد کو پائی گراف سے ظاہر کریں۔

اخراجات	خرچ
خوراک	800 روپے
لباس	200 روپے
تعلیم	200 روپے
باقی اخراجات	400 روپے

حل:

اخراجات	خرچ روپوں میں	مرکزی زاویہ درجوں میں
خوراک	800	$\overset{180}{\cancel{360}} \times \frac{\cancel{800}}{\underset{2}{\cancel{1600}}} = 180^\circ$
لباس	200	$\overset{45}{\cancel{360}} \times \frac{\cancel{200}}{\underset{8}{\cancel{1600}}} = 45^\circ$
تعلیم	200	$= 45^\circ$
دیگر اخراجات	400	$\overset{90}{\cancel{360}} \times \frac{\cancel{400}}{\underset{4}{\cancel{1600}}} = 90^\circ$
	1600	360

O کو مرکز مان کر کسی رداس کا دائرہ کھینچا۔



پروٹریکٹر کی مدد سے بالترتیب 180°، 45°، 45°، 90° مقداروں کے زاویے بنا کر دائرے کو خوراک، لباس، تعلیم اور دیگر اخراجات کو ظاہر کرنے والے سیکٹروں میں بانٹ دیا۔

پس سامنے کی شکل پائی گراف کو ظاہر کر رہی ہے۔

مشق 10.2

1 - ایک تحقیقاتی فارم پر فصل کی پیداوار کو مندرجہ ذیل گوشوارے سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس کو پائی گراف سے ظاہر کریں۔

فصل	رقبہ جس پر کاشت کی گئی
گندم	800 ایکڑ
چنا	200 ″
جَو	40 ″
دالیں	120 ″
چارہ	40 ″

2 - پانچ ضلعوں کی آبادی درج ذیل ہے۔ پائی گراف سے ظاہر کریں۔

ضلع	آبادی
(i)	14 لاکھ
(ii)	10 ″
(iii)	6 ″
(iv)	4 ″
(v)	2 ″

جوابات

مشق 1.1

(1) (i) {سبز، سفید} ، (iv) {ہفتہ، اتوار، سوموار، منگل، بُدھ، جمعرات، جمعہ}
(vi) {مارچ، مئی} (vii) {1, 3, 5, 7} (viii) {2, 4, 6, 8}
(ix) {2, 3, 5, 7, 11} (x) {بلوچستان، سندھ، پنجاب، سرحد}

(2) (i) پہلے سات مفرد اعداد کا سیٹ (ii) شمسی سال کے ایسے مہینوں کے ناموں کا سیٹ جو ج سے شروع ہوتے ہیں۔ (iii) اردو کے پہلے پانچ حرُوفِ تہجّی کا سیٹ
(iv) انگریزی کے پہلے چھ حرُوفِ تہجّی کا سیٹ
(v) بلوچستان کے تین شہروں کے ناموں کا سیٹ

(3) (i) جماعت (ii) گچھّا (iii) ٹیم (iv) ہار (v) جھنڈ و ریوڑ

(4) (i) 4 (ii) 3 (iii) 4 (iv) 4 (v) 5

مشق 1.2

(1) (i) درست (ii) درست (iii) درست (iv) غلط (v) درست
(vi) درست (vii) غلط (viii) درست (ix) درست (x) درست

(2) فقرہ (i) (3) (ii) (iii) (iv) (v)

(4) (i) (ii) (v) مترادف ہیں (iii) (iv) غیر مترادف ہیں۔

(5) (i) (iii) (iv) (v)

مشق 1.3

(1) (i) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8} (ii) {1, 2, 3, 4, 5, 7, 8}

(iii) {÷ , × , – , +}　　(iv) {1, 2, 3, 4, 5}

(v) {اتوار ، سوموار ، منگل ، بدھ ، جمعرات ، جمعہ ، ہفتہ}

(vi) {a, b, c, d, e, f}　　(vii) {a, b, c, d, e, f, g}

(viii) {a, b, c}　　(ix) {1,3 5, 7, 11, 13, 15, 17}

(x) {1, 2, 3, 5, 7, 8}

(2) (i) {3} (ii) { } (iii) {a, b} (iv) {○}　　(v) {a, b}

(3) (i) A – B = {1, 3}　　(ii) A – B = {1, 2}

(iii) A – B = { a}　　(iv) A – B = {2, 4}

(v) A – B = {1, 3, 5}

(4) (i) M – L = { 4, 6 }　　(ii) M – L = {3, 4}

(iii) M – L = { 5, 6, 7}　　(iv) M – L = { }

(5) (i) C ∩ D = { 7, 9}　　(ii) C ∪ D = {1, 2, 9, 7, 10}

(iii) C – D = { 1, 2}　　(iv) D – C = {10}

مشق 1.4

(1) A′ = {4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}　　(2) B′ = {a, b, c}

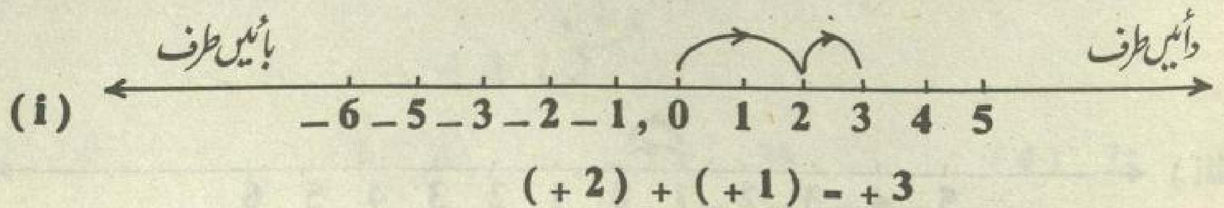
(3) T′ = {1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}　　(4) L′ = {d, e, f}

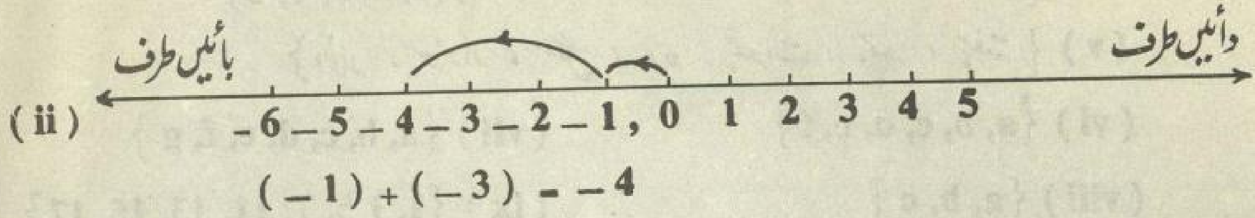
(5) M′ = { }　　(6) A′ = {4, 5, ... 19, 20}

(7) B′ = {⬚ , ▱ , ▭}　　(8) T′ = { }

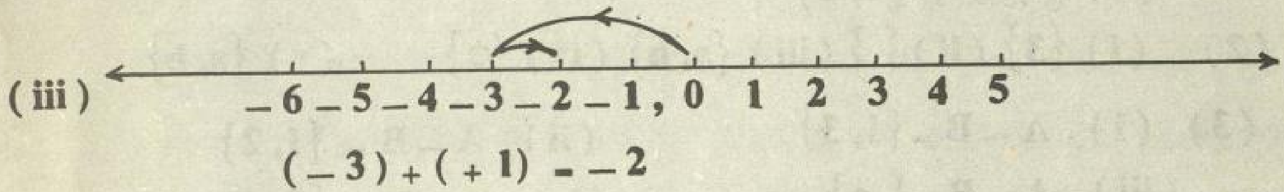
(9) C′ = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17}　　(10) X′ = { m, n, o}

مشق 2.1

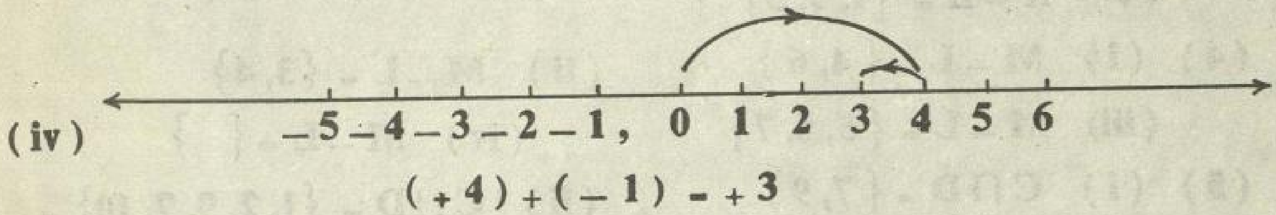


(ii)


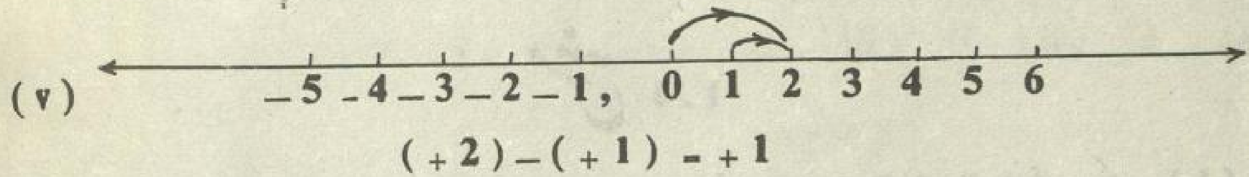
$(-1)+(-3) = -4$

(iii)


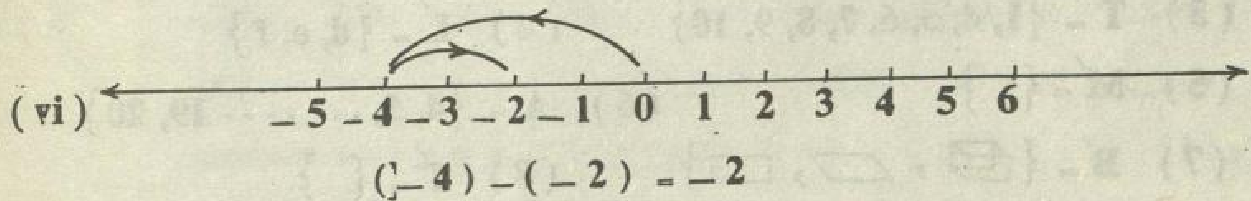
$(-3)+(+1) = -2$

(iv)


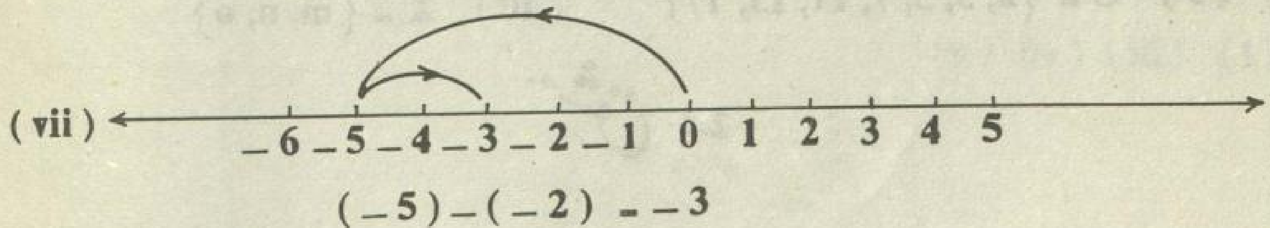
$(+4)+(-1) = +3$

(v)


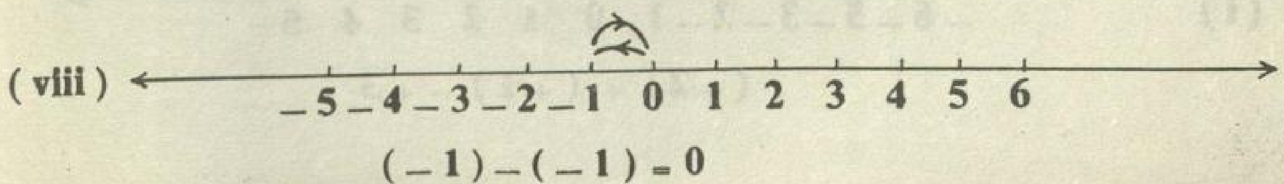
$(+2)-(+1) = +1$

(vi)


$(-4)-(-2) = -2$

(vii)


$(-5)-(-2) = -3$

(viii)


$(-1)-(-1) = 0$

(2) (i) +1 (ii) −1 (iii) −4 (iv) −7 (v) −10 (vi) −8 (vii) −2

(viii) +4 (ix) +2

(3) (i) −4 (ii) 5 (iii) 8 (4) جی ہاں. (5) جی ہاں.

مشق 3.1

(1) $1\frac{1}{4}$ (2) $1\frac{4}{15}$ (3) $1\frac{9}{16}$ (4) $5\frac{7}{8}$

(5) $15\frac{19}{21}$ (6) $1\frac{3}{40}$ (7) $3\frac{3}{4}$ (8) $2\frac{1}{2}$

(9) $1\frac{13}{20}$ (10) $\frac{1}{3}$ (11) $8\frac{55}{68}$ (12) $2\frac{21}{128}$

(13) $\frac{3}{7}$ (14) $67\frac{1}{2}$ روپے (15) 147.25 روپے (16) 600 روپے

(20) 17066.66 روپے

(9) 10ab (10) 18bd (11) 3a

(13) $10a + 5b$ (14) $12a^2 + 3b^2$ (15) 8ab

(16) n (17) $-7n^2$ (18) 4ab

مشق 7.3

(1) $11a - 2b$ (2) $x + 2y$ (3) $17ab + 2cd$

(4) $ab + 3cd$ (5) $9ab + 9cd$ (6) $20ab + 5ef +$

(10) 8.67 (11) 138.666 (19) $9x^2 + 8xy +$

(13) 300 روپے (14) 19 (15) 10.5 لٹر

(16) .075 سم (17) 83450 ڈیسی میٹر (18) 10.2582

(19) 6.289 (20) 70.07485

(21) 9.76 (22) .74

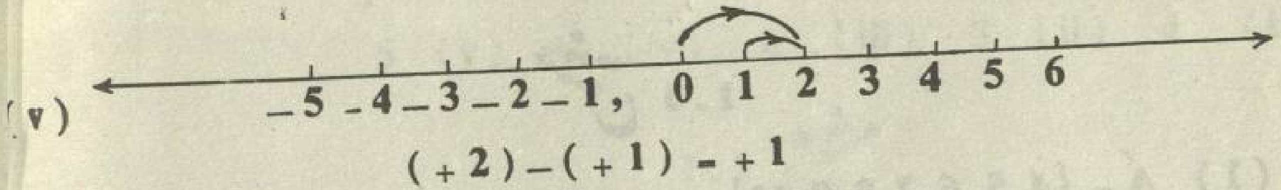
مشق 4.1

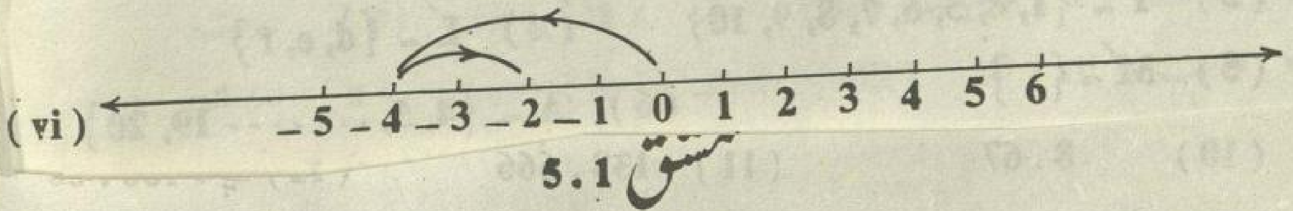
(1) 3 (2) 13 (3) 35 (4) 72

(5) 25	(6) 26	(7) 8	(8) 10
(9) 56	(10) 22	(11) 90	(12) 11
(13) 9	(14) 80	(15) 44	(16) 84
(17) 28	(18) 68	(19) 100	(20) 30
(21) 75	(22) 270	(23) 99	(24) 32

مشق 4.2

(1) $\frac{4}{5}$	(2) $\frac{3}{2}$	(3) $\frac{5}{3}$	(4) $\frac{3}{5}$
(5) $\frac{7}{2}$	(6) $\frac{12}{15}$	(7) $\frac{9}{4}$	(8) $\frac{7}{2}$
(6) $\frac{13}{11}$	(10) $\frac{25}{12}$	(11) $\frac{70}{48}$	(12) $\frac{56}{78}$
(13) $\frac{168}{98}$	(14) $\frac{42}{66}$	(15) $\frac{55}{2}$	





مشق 5.1

(1) 5 : 26 (2) 7 : 9 (3) 6 : 7 (4) 1 : 25 (5) 8 : 7

(6) درست ہے (7) برابر ہے (8) 16 : 13 بڑی ہے (9) 28 : 30 بڑی ہے

(10) 16 : 80 بڑی ہے (11) A = 6909 روپے ، B = 8883 روپے

(12) C = 7436 روپے D = 4056 روپے (13) حمید = 15840 ، سعید 35200

(14) احمد = 289971 ، جمیل = 109989 روپے (15) احمد = 1333320 ، ندیم = 466662 روپے

(16) برابر ہے (17) برابر ہے (18) برابر ہے (19) برابر نہیں (20) برابر نہیں

مشق 6.8

(1) 500 روپے (2) 800 روپے (3) 425 روپے (4) 9820 روپے

(5) 4920 روپے (6) 2000 روپے (7) 16000 روپے

مشق 7.1

(I) (i) 81 (ii) 351 (iii) 386 (iv) 167 (v) $\frac{53}{7}$ (vi) $\frac{393}{70}$

(II) (i) 36 (ii) 216 (iii) 124 (iv) 126 (v) 24 (vi) 16

(III) (i) 5 (ii) 1

مشق 7.2

(1) $2a$ (2) $11a$ (3) $15a$ (4) $33x$

(5) $6a^2$ (6) a^2 (7) $-14a^2$ (8) $-6a^2$

(9) $10ab$ (10) $18bd$ (11) $3a$ (12) $6a^2$

(13) $10a+5b$ (14) $12a^2+3b^2$ (15) $8ab$

(16) n (17) $-7n^2$ (18) $4ab$

مشق 7.3

(1) $11a-2b$ (2) $x+2y$ (3) $17ab+2cd$

(4) $ab+3cd$ (5) $9ab+9cd$ (6) $20ab+5ef+11cd$

(7) $5x^2$ (8) $12x^2+5yz$ (9) $9x^2+8xy+5y^2$

(10) $11x^2+gh+2h^2$ (11) $9a-3b+12ab$

(12) $8f-9n$ (13) $22fm-mn+12nk$

(14) $11a^2-6b^2$ (15) $3a^2-5b^2-2c^2$

(16) $14fm+9nk-4nv$

مشق 7.4

(1) $-4a$ (2) fm (3) $-19ab$ (4) $9a^2$

(5) $12a^2$ (6) $51f^2m^2$ (7) $13a+4b-5c$

(8) $3a - 12b + 14c$
(9) $-4 - 6f - 2m + 10k$
(10) $4f^2 - 3m^2 + 2n^2$
(11) $-3f^2 - 2fm$
(12) $a + 13b - 2c$
(13) $2ab - 8bc + 8ac$
(14) $9a^2 - 15a + 15$
(15) $-a^2 - 5ab + 11$

مشق 7.5

(1) $16a$ (2) $-40b$ (3) $-24b$ (4) ab
(5) $20ab$ (6) $-35a^2 b$ (7) $5a^2 b^2$ (8) $f^2 m$
(9) a^6 (10) $30a^4 b^4 c^4$ (11) $-3a^3 b^3 c^3$
(12) $f^5 k^2 m^2$ (13) $-16a^4$ (14) $+a^5 b^4$
(15) $-m^5$ (16) $-3a^3 b c^2 d^4$

مشق 7.6

(1) $6a - 6b$
(2) $12a^2 + 30ab$
(3) $6a^3 - 6ab^2$
(4) $6a^2 b^2 - 6ab^2 c + 6a^2 bc$
(5) $a^3 b^4 c + ab^5 c^2 + abc^3$
(6) $a^2 - b^2$
(7) $4f^2 - 4fm + m^2$
(8) $4f^2 - m^2$
(9) $9a^2 - 25b^2$
(10) $f^3 + f^2 m - fm^2 - m^3$
(11) $a^3 - ab^2 - a^2 b + b^3$
(12) $a^6 - b^6$
(13) $a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$
(14) $a^5 - 3a^3 + 3a^2 - 4$
(15) $a^3 - 8$
(16) $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$

مشق 7.7

(1) $5a$ (2) $-2b$ (3) $9a^2$ (4) $-9a^2$ (5) $3abc^2$
(6) $3a^2$ (7) $-2f^4 m^2$ (8) $4a^2$ (9) $a - b$
(10) $a^2 - 3ab + 2c$ (11) $-4a^5 + 5a - 8$ (12) $3a + 1$
(13) $3a^2 + a$ (14) $-4f + 1$ (15) $2a^2 - 3a + 4$

(16) $a + 2$ (17) $4a + 5$ (18) $-2ab - 4bc + 6ac$

(19) $bc - 2ac + ab$ (20) $4f - 3$

مشق 7.8

(1) $a - b$ (2) $2a - 6$ (3) $4a^2 - 2a + 1$

(4) $a + 1$ (5) $4a^2 + 6ab + 9b^2$

(6) $x + 2$ (7) $a - b$ (8) $a^2 + ab + b^2$

(9) $b - 7$ (10) $2a + 5b$ (11) $4bc - 5km$

(12) $a^2 - 2ab + b^2$ (13) $b - 8$

(14) $4f^2 - 10fk + 25k^2$

مشق 8.1

(1) $\{1\}$ (2) $\{1\}$ (3) $\{8\}$ (4) $\{8\}$ (5) $\{2\}$

(6) $\{6\}$ (7) $\{36\}$ (8) $\{16\}$ (9) $\{4\}$ (10) $\{12\}$

مشق 8.2

(1) $\{10\}$ (2) $\{13\}$ (3) $\{-12\}$ (4) $\{20\}$

(5) $\{2\}$ (6) $\{-2\}$ (7) $\{36\}$ (8) $\{27\}$

(9) $\{-9\}$ (10) $\{0\}$ (11) $\{0\}$ (12) $\{\frac{1}{2}\}$

(13) $\{-5\}$ (14) $\{-\frac{1}{2}\}$ (15) $\{3\}$ (16) $\{3\}$

(17) $\{-4\}$ (18) $\{-7\}$ (19) $\{5\}$ (20) $\{1\}$

(21) $\{\frac{3}{4}\}$ (22) $\{-13\}$ (23) $\{9\}$ (24) $\{7\}$

مشق 9.1

(1) 75°, 40°, 10°, 80°, 45°, 15°, 30°, 70° (2) 70°(i) 60°(ii) (3) $L\hat{V}U$ - 40°

(4) 30°, 70°, 100°, 105°, 60°, 90°, 120°, 130°, 160° (5) 110° (6) 80°

(7) وہ زاویے جن کا ایک بازو اور نقطہ راس مشترک ہو۔ (8) ایسے زاویے جو متصلہ بھی ہوں اور ان کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہو۔

مشق 9.5

(1) (i) 528 ڈیسی میٹر (ii) 396 سم (2) (i) 462 ڈیسی میٹر (ii) 26.4 میٹر

(3) $\frac{35}{22}$ میٹر (4) 52.8 سم (5) 31.4 منٹ

مشق 9.6

(1) (i) 1386 مربع سم (ii) 38.5 مربع میٹر (iii) 75.46 مربع سم

(2) (i) 77 میٹر (ii) 3.5 میٹر (iii) 21 میٹر

(3) (i) 140 سم (ii) 112 میٹر (4) $\frac{198}{7}$ مربع میٹر (5) 4158 روپے

(6) 1625.72 روپے (7) 491.0 روپے قریبًا (8) 22.57 میٹر

مشق 9.7

(1) 352 مربع سم 616 مکعب سم (2) 440 مربع سم ,3080 مکعب سم (3) 150.85 مربع سم

(4) 226.29 مکعب سم (5) 472.56 مربع سم (6) 122.19 مکعب سم

(7) 2828.57 مکعب سم (8) 19092.85 مکعب سم - گولائی کا رقبہ 8485.7 مربع سم

مشق 9.8

(1) 37.5 مربع میٹر (2) 25.5 میٹر (3) 650 لٹر (4) 450 لٹر

(5) 3600 مکعب میٹر (6) $\frac{3}{10}$ مکعب میٹر (7) 400 میٹر چٹائی درکار ہوگی 2800 روپے کی ہوگی۔

(8) 10000 اینٹیں (9) 24 میٹر (10) 2250 روپے

تیار کردہ بلوچستان ٹیکسٹ بک بورڈ، کوئٹہ و منظور شدہ محکمہ تعلیم حکومت بلوچستان کوئٹہ
برائے مدارس صوبہ بلوچستان، بمطابق نوٹیفکیشن نمبر OSD-E-79/1-2 مورخہ 21-12-86
نظر ثانی شدہ: نیشنل ریویو کمیٹی، وفاقی وزارت تعلیم حکومت پاکستان
قومی کمیٹی برائے جائزہ کتب نصاب کی تصدیق شدہ

قومی ترانہ

پاک سرزمین شاد باد　　کشورِ حسین شاد باد
تو نشانِ عزمِ عالی شان　　ارضِ پاکستان
مرکزِ یقین شاد باد

پاک سرزمین کا نظام　　قوتِ اخوتِ عوام
قوم، ملک، سلطنت　　پائندہ تابندہ باد
شاد باد منزلِ مراد

پرچم ستارہ و ہلال　　رہبرِ ترقی و کمال
ترجمانِ ماضی شانِ حال　　جانِ استقبال
سایۂ خدائے ذوالجلال

کوڈ نمبر M--VII 96

سیریل نمبر

1447

قیمت	تعداد	ایڈیشن	سالِ اشاعت
23.00	11000	اول	2002